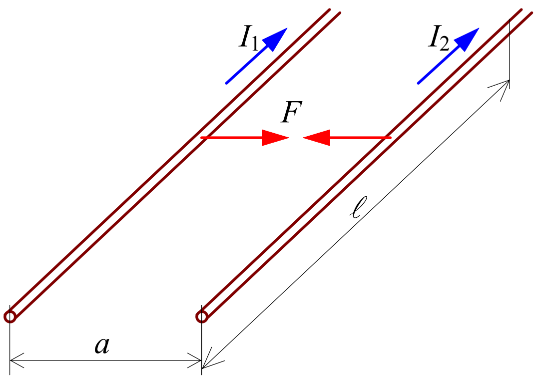
A mágneses tér alapfogalmai, alaptörvényei

A nyugvó villamos töltések közötti erőhatásokat a villamos tér közvetíti (Coulomb törvénye).
A mozgó töltések (villamos áramot vivő vezetők) között is fellép erőhatás, amit a mágneses tér közvetít.
Egyenletesen mozgó töltések (egyenáram) hatására állandó, változó sebességgel mozgó (gyorsuló vagy lassuló) töltések hatására változó mágneses tér keletkezik.
A mágneses tér mozgás, változás esetén fizikai erőhatást fejt ki a töltésekre, ami töltés-szétválasztó (feszültséget indukáló) hatással jár.

A mágneses tér

Ha levegőben elhelyezkedő, a keresztmetszetükhöz képest hosszú párhuzamos vezetőkben a töltések egyenletes sebességgel áramlanak (egyenáram folyik), akkor a vezetők között állandó nagyságú erőhatás lép fel. Ennek az erőnek a nagyságát Ampère törvénye, az áramokkal kifejezett erőtörvény írja le, amely szerint levegőben

$$F = k\frac{I_1 I_2 \ell}{a} \text{ (N)}.$$



Áramjárta vezetőkre ható erők

Ha I_1=I_2=1 A és ℓ=a=1 m, akkor $F = 2\cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}\left(=\dfrac{\mathrm{VAs}}{\mathrm{m}}\right)$,

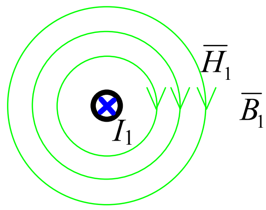
ebből következően $k = 2\cdot 10^{-7}\,\dfrac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}} = \dfrac{4\pi 10^{-7}}{2\pi} = \dfrac{\mu_0}{2\pi}$, itt $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\,\dfrac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$ a vákuum permeabilitása.
Az erő nagysága permeabilitást tartalmazó kifejezéssel

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2 \ell}{a} \text{ (N)}.$$

Az erő iránya a vezetők között azonos áramirány mellett vonzó, ellenkező irányú áramok esetén taszító.
Az I_2 áramot vivő vezetőre ható F_2 erő fellépését úgy is magyarázhatjuk, hogy az I_1 áram egyenletes sebességgel áramló töltései a vezető körül a tér különleges állapotát hozzák létre és ez az állapot – a mágneses tér – hat az I_2 áramot vivő vezető egyenletes sebességgel áramló töltéseire.
A mágneses tér egyik jellemzője a mágneses térerősség. Homogén közegben az I_1 áram által létrehozott mágneses térerősség:

$H_1 = \dfrac{I_1}{2\pi a}$, amivel az I_2 áramot vivő vezetőre ható F_2 erő:

$$F_2 = H_1 \mu_0 I_2 \ell.$$



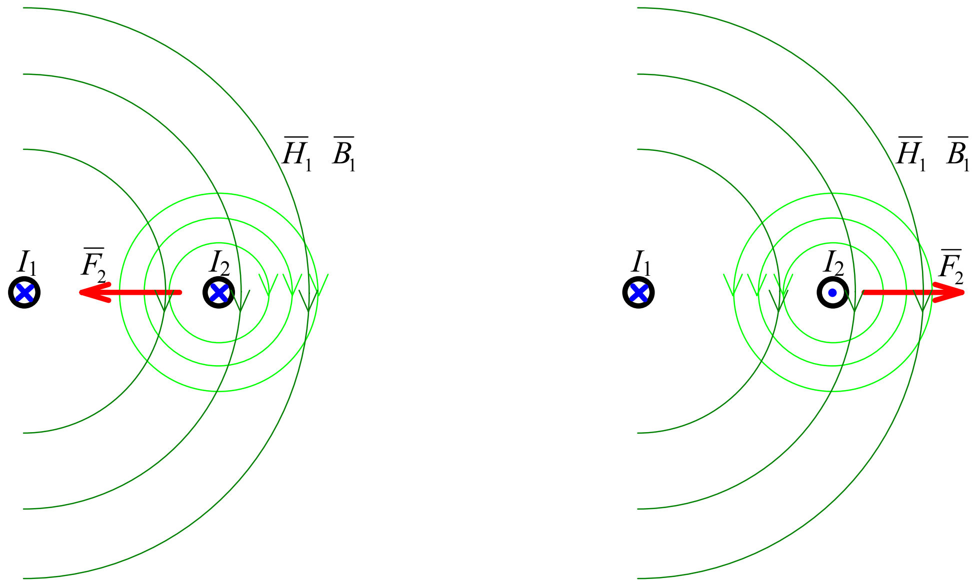
Áramjárta egyenes vezető mágneses tere

Inhomogén és ferromágneses közegben a H térerősség számítása bonyolultabb, a gerjesztési törvény szerint kell eljárni.

H vektormennyiség, iránya a tér minden pontjában megegyezik a mágnestű (É) irányával, ami egyetlen vezető esetén az áram irányában haladó jobbmenetű csavar forgásiránya, SI mértékegysége

$$[H] = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}.$$

A térerősséget erővonalakkal ábrázolják. A mágneses térerősség erővonalai önmagukban záródnak, nem keletkeznek és nem végződnek.



Áramjárta vezetőre ható erő egy másik vezető térben

Egy H erősségű mágneses térbe helyezett, I áramot vivő ℓ hosszúságú vezetőre ható erő: $\overline{F} = \mu_0 \ell \overline{I} \times \overline{H}$, ahol $\overline{I}$ iránya a pozitív töltésáramlás iránya. Az ábrán latható esetre:

$$\overline{F}_2 = \mu_0 \ell \overline{I}_2 \times \overline{H}_1.$$

A vizsgált teret kitöltő <u>anyagtól függő térjellemző</u> a B mágneses indukció, ami szintén vektormennyiség, SI mértékegysége Tesla[1] tiszteletére

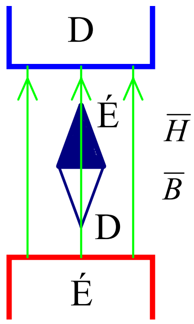
$$[B] = \mathrm{T} = \mathrm{tesla} = \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2}.$$

[1] Tesla, Nikola (1856-1942) szerb származású mérnök, kutató

Adott H térerősségnél

$$\overline{B} = \mu_0 \mu_r \overline{H} \text{ ,}$$

itt μ_r – a teret kitöltő közeg anyagára jellemző dimenzió nélküli szám, a relatív permeabilitás. Gyakran nem állandó, a térerősségtől és a kiindulási mágneses állapottól is függ.
A B indukció iránya általában H irányával egyezik, a tér vizsgált pontjába helyezett iránytű északi sarkának irányába mutat, mágnesen (pl. az iránytűn) belül a déli pólustól az északi, mágnesen kívül az északitól a déli felé. Az indukcióvonalak tehát az északi pólusból lépnek ki és a déli felé haladnak. Az iránytű északi pólusa a <u>földrajzi</u> északi sark felé mutat.



A mágneses tér definíció szerinti iránya

Bizonyos anyagok – a ferromágneses anyagok – belsejében az indukció jelentősen megnő a vakuumhoz képest. Ennek egyszerű, szemléletes magyarázata az ilyen anyagokban meglévő molekuláris köráramok hozzájárulása a külső tér indukciójához. μ_r értéke azt fejezi ki, hogy az indukció hányszorosára nő az anyag nélküli (vákuum-beli) állapothoz képest.

$$1 \leq \mu_r \leq 10^3\text{-}10^6.$$

μ_r meghatározása bonyolult számítással vagy méréssel történik.
A mágneses indukciót is indukcióvonalakkal szemléltetik.
Egy B indukciójú mágneses térbe helyezett, I áramot vivő ℓ hosszúságú vezetőre ható erő tetszőleges anyagú közegben:

$$\overline{F} = \ell \overline{I} \times \overline{B} \text{ .}$$

Az ábrán látható esetre $\overline{F}_2 = \ell \overline{I}_2 \times \overline{B}_1$.
A magyar műszaki nyelvben az indukció szó két fogalmat is jelent:

- a mágneses tér jellemzője (tulajdonképpen fluxus sűrűség),
- jelenség, ami a villamos vezetőben feszültséget hoz létre (tulajdonképpen töltésszétválasztás).

Az indukció adott felületre vett integrálja a <u>felület fluxusa</u>.
$\Phi = \int_A \overline{B} d\overline{A}$, homogén térben Φ=BA, SI mértékegysége Weber[2] tiszteletére

$$[\Phi]\text{=Wb =weber=Vs.}$$

<u>A gerjesztési törvény</u>

A mágneses körök számításának legfontosabb törvénye szerint a $\overline{H}$ térerősség vektor vonalmenti integrálja tetszőleges zárt görbe mentén egyenlő a görbével határolt tetszőleges alakú A felületen áthaladó áramok algebrai összegével, a felület Θ gerjesztésével:

$$\oint \overline{H} d\overline{\ell} = \int_A \overline{J} d\overline{A} = \Theta \text{ .}$$

[2] Weber, Wilhelm Eduard (1804-1891) német fizikus

Amennyiben a vizsgált görbe homogén térerősségű szakaszokon halad keresztül és a töltéshordozók koncentráltan, villamos vezetőkben áramlanak, akkor az integrál összegzéssé egyszerűsödik: $\sum_i H_i \ell_i = \sum_j I_j$.

Állandó permeabilitás esetén a gerjesztési törvény más alakban is felírható:

$$\oint \overline{H} d\overline{\ell} = \oint \frac{\overline{B}}{\mu} d\overline{\ell} = \frac{1}{\mu} \oint \overline{B} d\overline{\ell} = I \text{, vagy } \oint \overline{B} d\overline{\ell} = \mu I \text{,}$$

itt $\mu = \mu_0 \mu_r$.

Példa

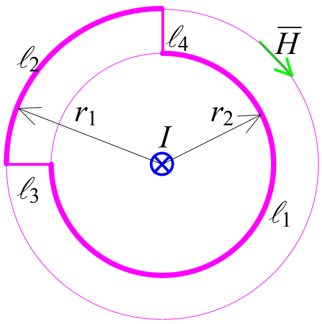
Vizsgáljunk egy I áramot vivő vezetőt. Tőle a távolságra a mágneses térerősség:

$$H = \frac{I}{2\pi a} .$$

Ha (nem ferromágneses közegben) a tetszőleges zárt görbe a vezetőtől a távolságra rajzolt (a sugarú) körív és a körüljárás iránya megegyezik $\overline{H}$ irányával, akkor

$$\oint \overline{H} d\overline{\ell} = \frac{I}{2\pi a} \oint d\ell = \frac{I}{2\pi a} 2\pi a = I .$$

Hasonló eredményt kapunk, ha különböző köríveken záródó görbét vizsgálunk (nem ferromágneses közegben) az alábbi ábra szerint:



A gerjesztési törvény illusztrálása

ℓ_1 mentén $H_1 = \dfrac{I}{2\pi r_1}$,

ℓ_3 és ℓ_4 mentén H merőleges az integrálási útra, így a skalár szorzat $\overline{H} d\overline{\ell} = 0$,

ℓ_2 mentén $H_2 = \dfrac{I}{2\pi r_2}$.

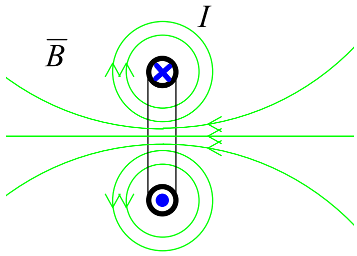
$$\left.\begin{aligned} \int_{\ell_1} H_1 d\ell &= \frac{I}{2\pi r_1} \frac{3}{4} 2\pi r_1 = \frac{3}{4} I \\ \int_{\ell_2} H_2 d\ell &= \frac{I}{2\pi r_2} \frac{1}{4} 2\pi r_2 = \frac{1}{4} I \end{aligned}\right\} \oint \overline{H} d\overline{\ell} = I$$

A térerősség ismeretében a létrehozó vagy a létrehozásához szükséges gerjesztés mindig kiszámítható. $|\overline{H}| = \text{const.}$ görbe mentén történő integráláskor $\overline{H} d\overline{\ell} = H d\ell$. Ha a választott görbe homogén szakaszokra bontható, akkor

$$\oint \overline{H} d\overline{\ell} = \sum_i H_i \ell_i = \Theta .$$

A mágneses erővonalkép (fluxuskép)

Áramjárta körvezető

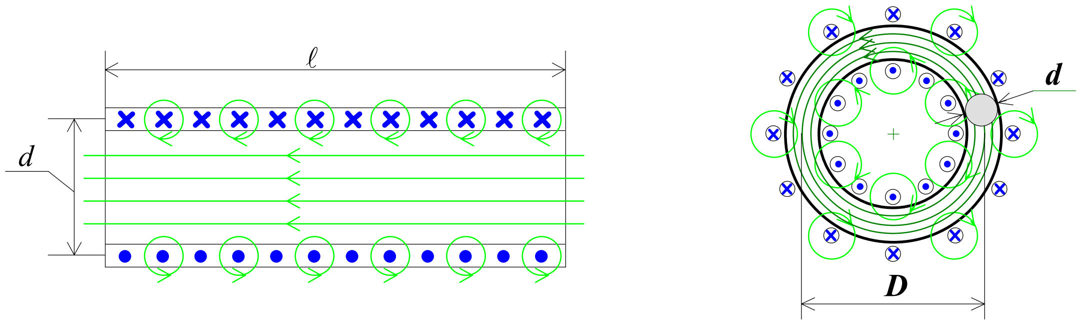


Áramjárta körvezető (hurok, menet) mágneses tere

Szolenoid, toroid

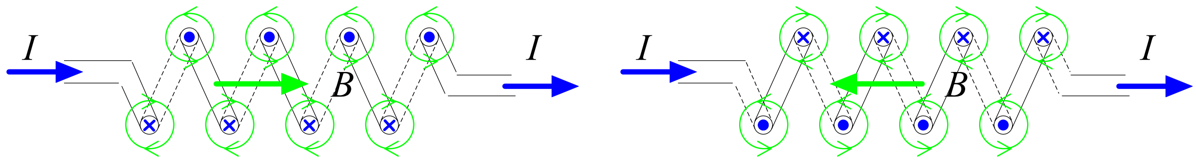
A szolenoid tekercsen belül koncentrálódik a mágneses tér, a tekercsen kívül szétszóródik, ezért elhanyagolható, amennyiben a tekercs hossza sokkal nagyobb az átmérőjénél, $\ell \gg d$. Hasonló a helyzet toroid tekercsnél $D \gg d$ esetén.

Ezeknél a tekercselrendezéseknél az egyes vezetők (menetek) sorba kapcsoltak, bennük azonos áram folyik, ezért a gerjesztési törvény alkalmazásakor $\Theta = H\ell = NI$, ahol N - a menetszám.



A szolenoid és a toroid mágneses tere

Adott áramirány mellett egy tekercs által létrehozott mágneses tér iránya a tekercselés irányától függ.

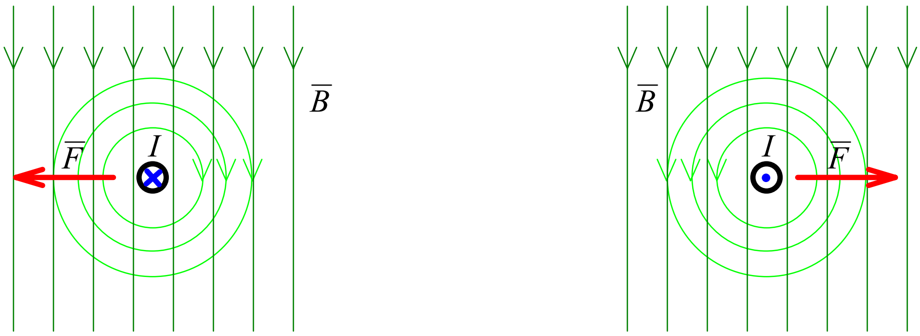


Jobb- és balmenetű tekercs mágneses tere

Áramjárta vezetőre ható erő iránya

Az erőre kapott összefüggés alapján:

$$\overline{F} = \ell \overline{I} \times \overline{B} \, .$$



Áramjárta vezetőre ható erő homogén térben

Hasznos és szórt mágneses tér

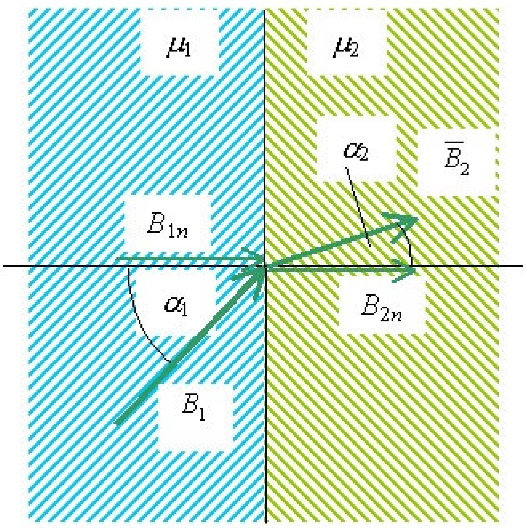
Csatolt tekercseknél (ilyen a transzformátor és a forgó villamos gép álló-forgórész tekercselése) az egyik tekercs által létrehozott fluxusnak csak egy része kapcsolódik a másikkal, a fluxus többi része kiszóródik. Ez utóbbit nevezik szórt fluxusnak. A szórás mértékét a σ szórási tényezővel jellemzik. Az irodalomban több definíció is található:

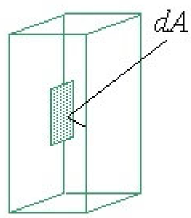
$$\sigma = \frac{\phi_s}{\phi_e} \ (0 \leq \sigma \leq 1),$$

vagy $\sigma = \dfrac{\phi_s}{\phi_h}$ $(\sigma <> 1)$,

ahol a ϕ_e eredő (teljes) fluxus a ϕ_s szórási és ϕ_h hasznos fluxus összege $\phi_e = \phi_s + \phi_h$.
Bizonyos esetekben a szórásnak fontos szerepe van, pl. a szórási induktivitás korlátozza a zárlati áramot.

A mágneses tér törési törvényei



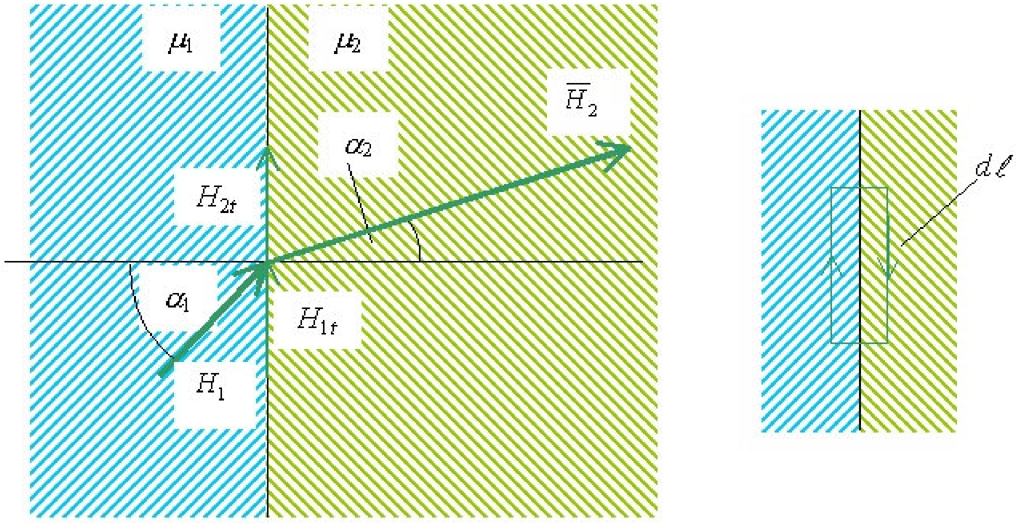


Az indukció vektor törése

Különböző permeabilitású anyagok határfelületén a $\overline{H}$ térerősség és a $\overline{B}$ indukció eltérően halad át.
A határréteg egy elemi dA felületén áthaladó fluxus mindkét réteg felöl megközelítve azonos. Mivel az indukcióvonalak mindig zártak, a teljes fluxus a két anyagban azonos:

$$B_{1n}dA = B_1 cos\alpha_1 dA = B_2 cos\alpha_2 dA = B_{2n}dA,$$

vagyis a $\overline{B}$ indukcióvektor normális összetevője változatlan értékű marad.



A térerősség vektor törése

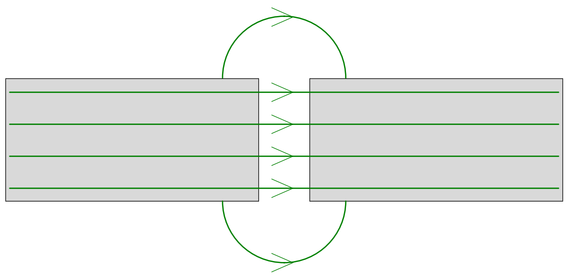
A gerjesztési törvény értelmében a $\overline{H}$ térerősség zárt görbére vett integrálja nullát kell adjon, ha a határrétegben nincs gerjesztés (nem folyik áram):

$$H_{1t}d\ell = H_1 sin\alpha_1 d\ell = H_2 sin\alpha_2 d\ell = H_{2t}d\ell,$$

vagyis a $\overline{H}$ térerősség vektor tangenciális összetevője marad változatlan értékű.
Határrétegnél az indukció vektor értintőleges, a térerősség vektor normális összetevője változik.
A fentiek alapján

$$\left.\begin{aligned} H_1 \sin\alpha_1 &= H_2 \sin\alpha_2 \\ \frac{B_1}{\mu_0\mu_{r1}}\sin\alpha_1 &= \frac{B_2}{\mu_0\mu_{r2}}\sin\alpha_2 \\ B_1\cos\alpha_1 &= B_2\cos\alpha_2 \end{aligned}\right\} \quad \frac{\sin\alpha_1}{\mu_0\mu_{r1}\cos\alpha_1} = \frac{\sin\alpha_2}{\mu_0\mu_{r2}\cos\alpha_2} \Rightarrow \frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}}$$

Ha $\mu_{r1} \gg \mu_{r2}$ (pl. vas-levegő határon $\mu_{rv}=10^6$, $\mu_{r\ell}=1$), akkor $\alpha_1 \gg \alpha_2$, vagyis $\alpha_1 \sim 90°$, $\alpha_2 \sim 0$. Ez azt jelenti, hogy az erővonalak a vasból a levegőbe közel merőlegesen lépnek ki.



Az erővonalak iránya vas-levegő határon

Az indukció törvény

Az elektrotechnika egyik legfontosabb alaptörvénye, az általa leírt jelenség felfedezése tette lehetővé a villamos energia nagy teljesítményben való előállítását és elterjedését.
Ha egy vezetőkör – hurok áramkör – által körülfogott fluxus bármilyen okból megváltozik, a vezetőben feszültség keletkezik (indukálódik) – villamos tér jön létre.

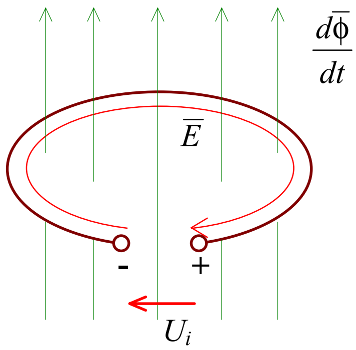
Az indukált feszültség arányos a fluxus időegység alatti megváltozásával.

$$u_i(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}.$$

a) Nyugalmi indukcióról, transzformátoros (indukált) feszültségről beszélünk, amikor a vezető nyugalomban van (a vezető térben áll), a fluxus pedig időben változik áramváltozás vagy a mágneses kör megváltozása miatt.
b) Mozgási indukció akkor lép fel, mozgási (rendszerint forgási) indukált feszültség akkor keletkezik, amikor (állandó) mágneses térben a vezető mozgást végez és eközben „metszi” a mágneses tér erővonalait, vagyis a mozgásnak van az erővonalakra merőleges összetevője.
Az indukció során a mágneses tér megváltozása villamos teret hoz létre.
A fluxusváltozás helyett az indukált feszültség fogalmát használva a mágneses jelenséget villamos jelenséggel helyettesítjük.

Fontos: ha a térben változó fluxusok vannak, akkor a tér nem potenciálos, két tetszőleges pont között a feszültség nem független az úttól! – ugyanis függ a körülzárt fluxustól, illetve annak változásától. A villamos potenciálnak mint térjellemzőnek ilyenkor nincs értelme.

Nyugalmi indukció
A fluxusváltozás és az indukált feszültség pozitív iránya a jobbcsavar szabálynak felel meg.
Az ábra szerint U_i=-E.



A nyugalmi indukció pozitív irányai

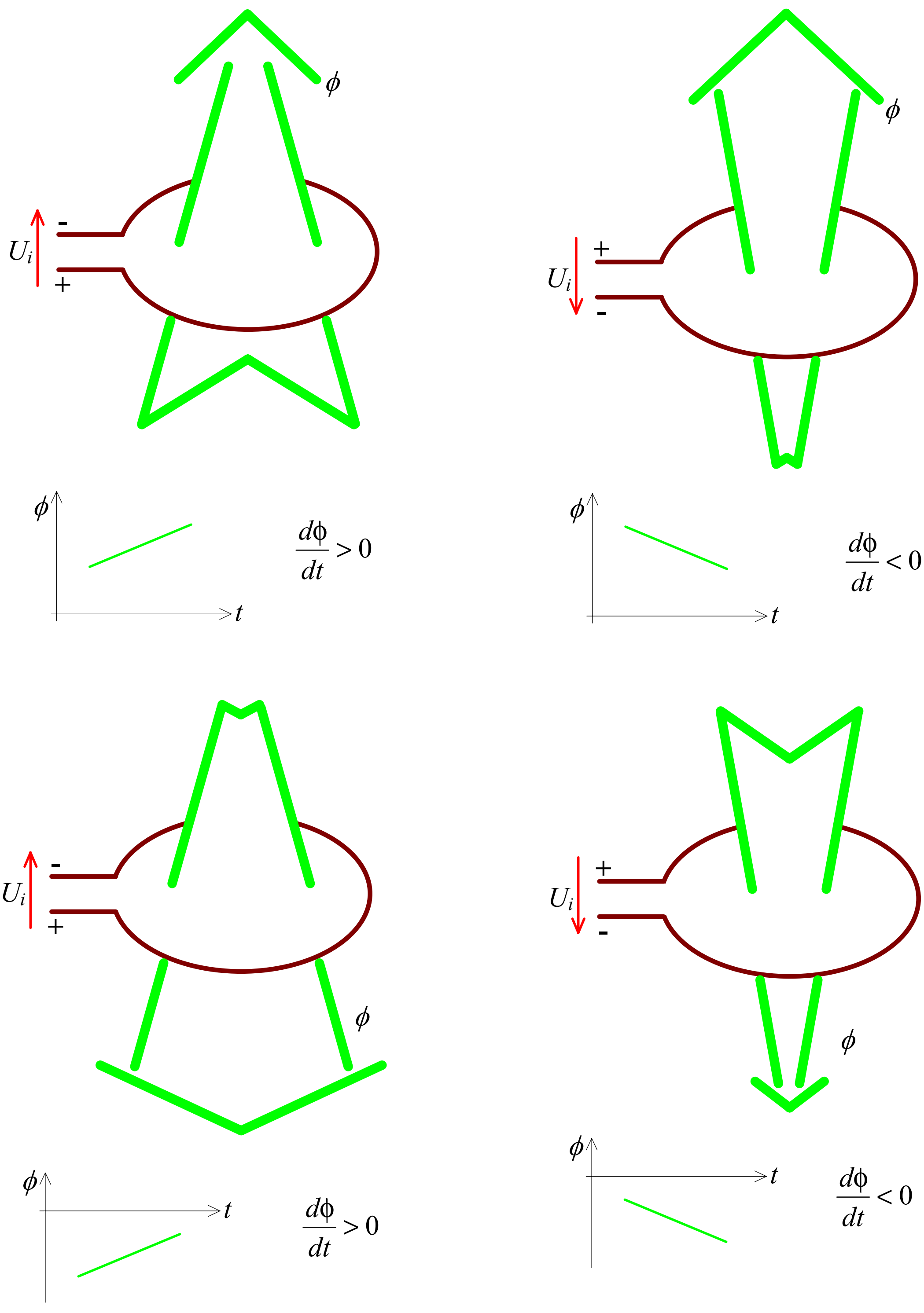
Zárt hurokban az indukált feszültség a hurokellenállásnak megfelelő áramot létesít. Az ellenállás ohmos feszültségesése – ha a körben nincs más feszültségforrás – egyenlő az indukált feszültséggel, Kirchhoff huroktörvénye alapján:

$$\sum_j R_j I_j + \sum_k U_{ik} = 0,$$

vagy általános esetben az ohmos feszültségesések eredője a belső és indukált feszültségek eredőjével egyenlő:

$$\sum_j R_j I_j + \sum_k U_{ik} + \sum_n U_{bn} = 0.$$

Itt U_i az indukált, U_b a nem indukció útján létrehozott belső feszültséget jelenti.
Az indukált feszültség nem a fluxus, hanem a fluxusváltozás nagyságától és irányától függ.



Az indukált feszültség polaritása különböző irányú fluxusváltozás esetén

A tekercsfluxus

Amennyiben a változó fluxust nem egyetlen hurok, hanem N sorba kapcsolt menetből álló tekercs fogja körül és a menetek azonos irányúak, akkor az egyes menetekben indukált feszültségek összeadódnak. Ha minden menet azonos nagyságú fluxust fog át, akkor

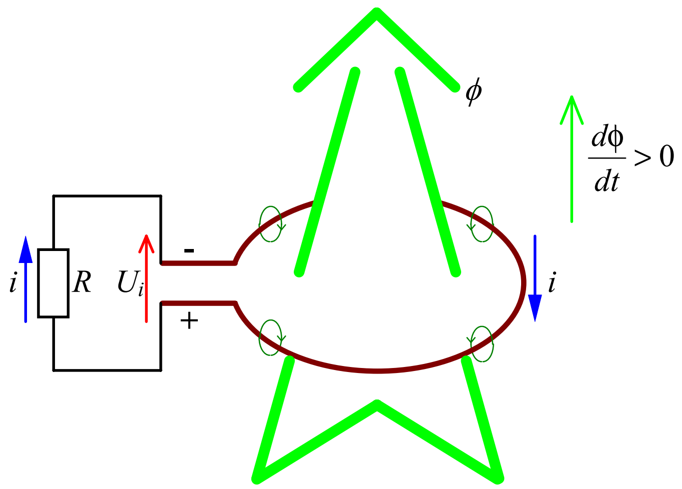
$$u_i(t) = N\frac{d\phi(t)}{dt}.$$

Tulajdonképpen a tekercs egy-egy menetével kapcsolódó fluxusokat összegezik, ez a $\psi=N\phi$ tekercsfluxus, amivel a tekercs eredő indukált feszültsége:

$$u_i(t)=\frac{d\psi(t)}{dt}.$$

Lenz[3] törvénye

Az energia megmaradásának elvéből következő törvény szerint az indukció eredményeként keletkező áramok és erők olyan hatásúak, hogy gátolják az előidéző állapotváltozást.



Az indukált feszültség keltette áram mágneses hatása

A fluxusváltozás következtében indukálódó $U_i=\frac{d\phi}{dt}$ feszültség zárt körben olyan i áramot kelt, amelyik a fluxusváltozást gátló mágneses teret hoz létre, az indukáló hatást csökkenti. A keletkező hatás (a mágneses tér) a kiindulási állapot fenntartására törekszik.
Ez a törvényszerűség az önindukció alapja.

A mozgási indukció

Feszültség indukálódik egy időben állandó mágneses tér mentén mozgatott vezetőben is, mivel a vezetővel együtt mozgó töltésekre erő hat. (Áramjárta vezetőnél a fellépő erő: $\overline{F}=\ell\overline{I}\times\overline{B}$. Ez az erő tulajdonképpen a töltésekre hat, azok adják át a vezetőnek.
$\overline{I}^*$ nem „igazi” áram, de töltéshordozó mozgás, ezért egy erő számítható.

$$\overline{F}^*=h\overline{I}^*\times\overline{B},\ \overline{I}^*=\frac{Q}{t}\ \ \overline{F}^*=\frac{h}{t}Q\times\overline{B}=Q\overline{v}\times\overline{B},\ v=\frac{h}{t}.$$

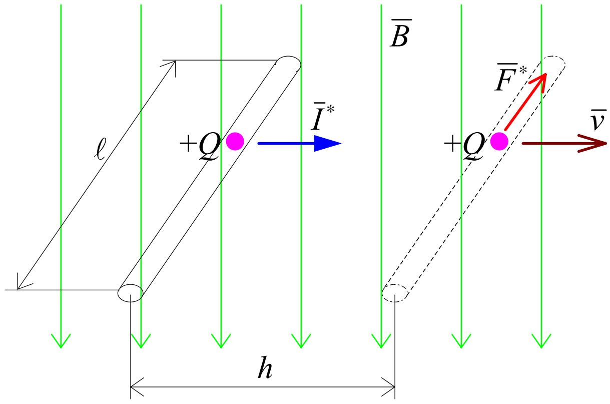
A töltések áramlása $i=\frac{dQ}{dt}$, állandósult állapotban $I=\frac{Q}{t}$ a „valóságos” áram.

Homogén mágneses térben a B indukcióvonalakra és saját magára merőleges irányban v sebességgel mozgatott vezető töltéseire a vezető vonalában $\overline{F}^*$ erő lép fel, tehát villamos tér keletkezik. A villamos térerő a pozitív töltésekre ható erő irányába mutat: $\overline{E}=\frac{\overline{F}^*}{Q}=\overline{v}\times\overline{B}$.
ennek a térerőnek a hatására a vezető két végén különnemű töltések halmozódnak fel, ami indukált feszültség létrejöttét jelenti. Egy ℓ hosszúságú vezető két vége között mérhető fe-

[3] Lenz (Lenc), Heinrich Friedrich Emil (1804-1865) német származású fizikus

szültség (homogén tér feltételezésével) $u_i = -\overline{E\ell} = -\overline{v} \times \overline{B}\,\ell = \ell\overline{B} \times \overline{v}$. Ez a feszültség belső feszültség jellegű, a töltés-szétválasztó térerő (elektromotoros erő) hatására jön létre

$$\int \overline{E} d\overline{\ell} = -\frac{d\phi}{dt}.$$



A mozgási indukció lehetséges illusztrációja

Az indukált feszültség zárt áramkörben (valódi) áramot indít. Az áram és az indukció kölcsönhatásaként olyan irányú erő lép fel a vezetőn, amelyik – Lenz törvénye értelmében – annak mozgása ellen hat. Az erővonalak a mozgás irányában sűrűsödnek. Ez azt jelenti, hogy a vezető mozgatásához folyamatosan erőre, teljesítményre van szükség.

Két erőhatást látunk:

- a vezetővel együtt mozgó töltésekre ható erő, aminek következménye az E villamos térerősség és az U_i indukált feszültség,
- ennek a feszültségnek a hatására folyó áram következtében a vezetőre (a vezetőben mozgó töltésekre) ható erő.

E két erő iránya nem azonos.

A villamos generátor működési elve

Az órán elhangzottak szerint

A villamos motor működési elve

Az órán elhangzottak szerint

A ferromágneses anyagok jellemző tulajdonságai, a mágneses körök számítási elvei

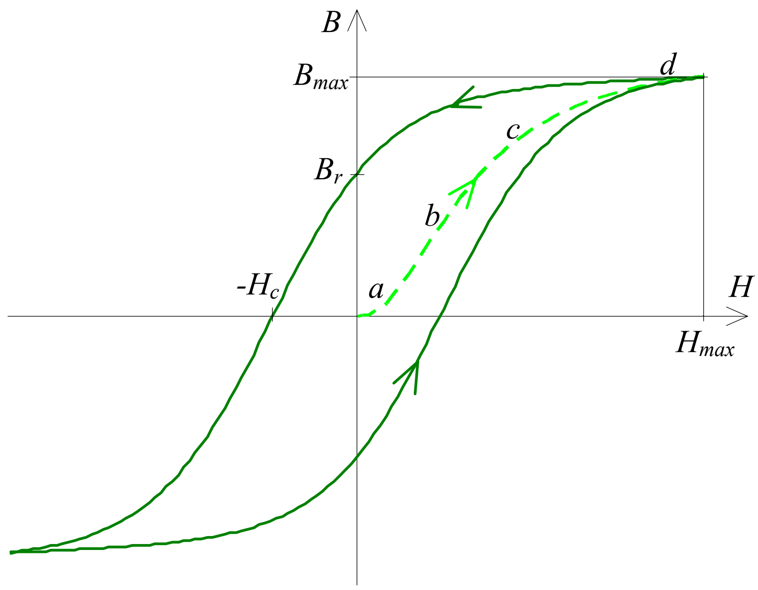
A ferromágneses anyagok

Fizikában dia- para- és ferromágneses anyagokat különböztetnek meg, az elektrotechnikai gyakorlatban általában minden nem-ferromágneses anyag vákuumnak (levegőnek) tekinthető és relatív permeabilitása μ_r=1. A ferromágneses anyagok (vas, nikkel, kobalt és ötvözeteik) relatív permeabilitása igen nagy, nagyságrendje 10^3-10^6. Nem-ferromágneses összetevőkből is készítenek jól mágnesezhető ötvözeteket.

A ferromágneses anyagok indukció-térerősség összefüggése erősen nemlineáris, ezért annak meghatározása rendszerint méréssel történik.

A mágnesezési görbe

Az ún. első mágnesezési görbe a mágneses hatásnak még nem kitett, vagy teljesen lemágnesezett anyagnál az indukció változása a térerősség lassú változtatásakor.



A mágnesezési görbe tipikus alakja

A görbének 4 jellegzetes része van:

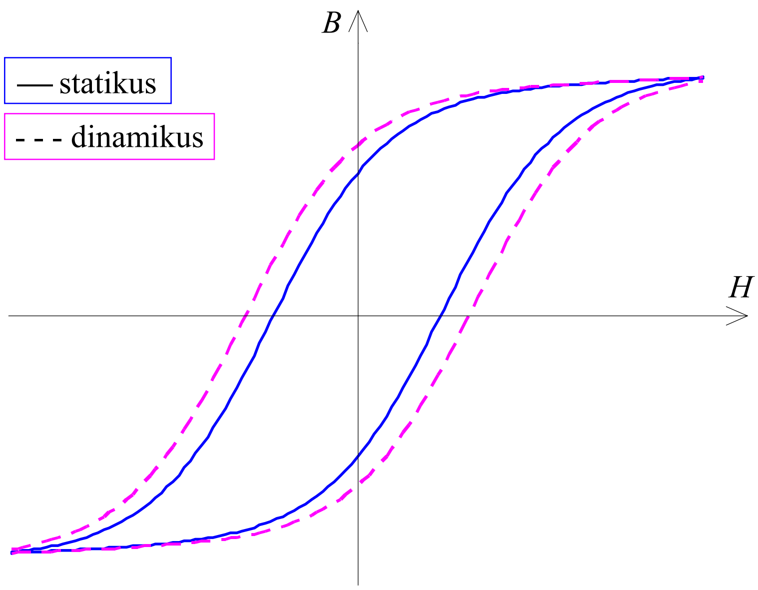
- a - induló szakasz,
- b - lineáris szakasz,
- c - könyök szakasz,
- d - telítési szakasz.

Lassú változásnál a statikus (hiszterézis) görbe leszálló ága az első mágnesezési görbe felett halad: B változása késik H változásához képest (hiszterézis=késlekedés). H=0-nál a remanens indukció $B_r > 0$, amit csak ellenkező előjelű $-H_c$ koercitív térerősséggel lehet megszüntetni. Adott anyagnál a permeabilitás B/H nagysága nem egyértékű, változása nemlineáris, függ a mágneses előélettől, a H térerősség megelőző értékétől, a változás sebességétől és mértékétől.

A legnagyobb hiszterézis görbe a telítési indukcióval meghatározott B_{max} és H_{max} csúcsértékekhez tartozik, (a telítési indukció felett μ_r~1) a kisebb csúcsértékek hiszterézise ezen belül helyezkedik el.

Dinamikus hiszterézis görbe

Hálózati vagy más frekvenciájú váltakozó árammal létrehozott mágneses tér esetén a munkapont minden periódus alatt egy teljes hiszterézis görbét ír le. A változó fluxus hatására a ferromágneses anyagban feszültség indukálódik, amely ún. örvényáramot hoz létre. Lenz törvénye értelmében az örvényáram keltette mágneses tér késlelteti a fluxusváltozást, ezért a hiszterézis görbe a frekvencia növekedésével „kövéredik” a statikushoz képest.

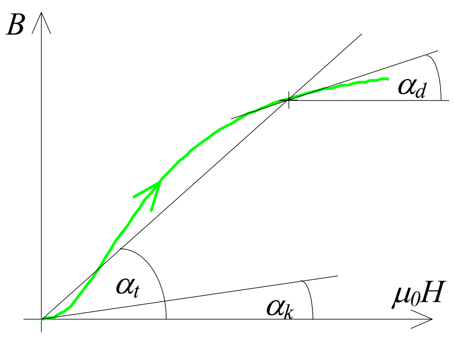


Statikus és dinamikus hiszterézis görbe

Relatív permeabilitás

A mágnesezési görbe minden munkapontjában meghatározható a $\mu = \frac{B}{H}$ abszolút és a $\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H}$ relatív permeabilitás. Az erős nemlinearitás miatt többféle egyszerűsítést használnak:

- *teljes (közönséges) permeabilitás*: az origóból első mágnesezési görbe pontjaihoz húzott egyenes iránytangense $\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} = tg\alpha_t$.



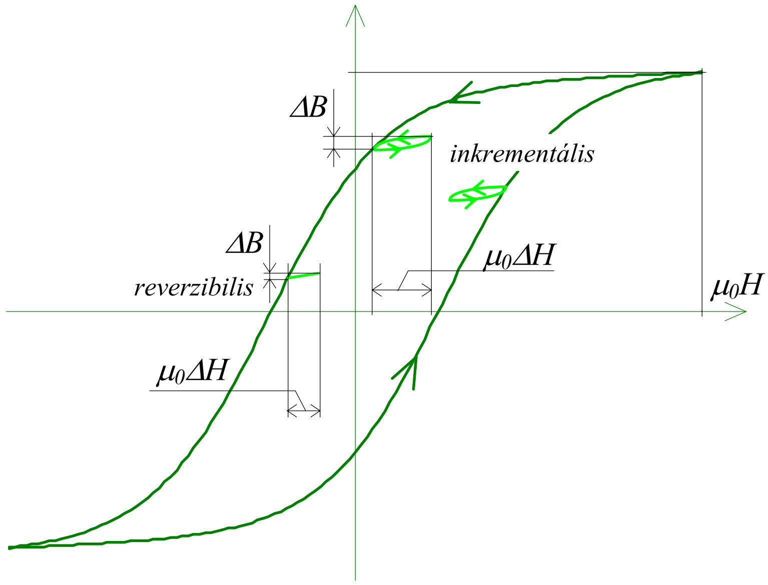
A teljes, a differenciális és a kezdeti permeabilitás értelmezése

- *differenciális permeabilitás*: a mágnesezési görbe (pl. első mágnesezési görbe) munkaponti meredeksége $\mu_{rdiff} = \dfrac{dB}{\mu_0 dH} = tg\alpha_d$.

- *kezdeti permeabilitás*: az első mágnesezési görbe kezdeti szakaszának meredeksége $\mu_{rk}=tg\alpha_k$.

- *inkrementális permeabilitás*: adott munkapont körüli ciklikus kis változások hatására kialakuló elemi hiszterézisre jellemző érték $\mu_{rink} = \dfrac{\Delta B}{\mu_0 \Delta H}$.

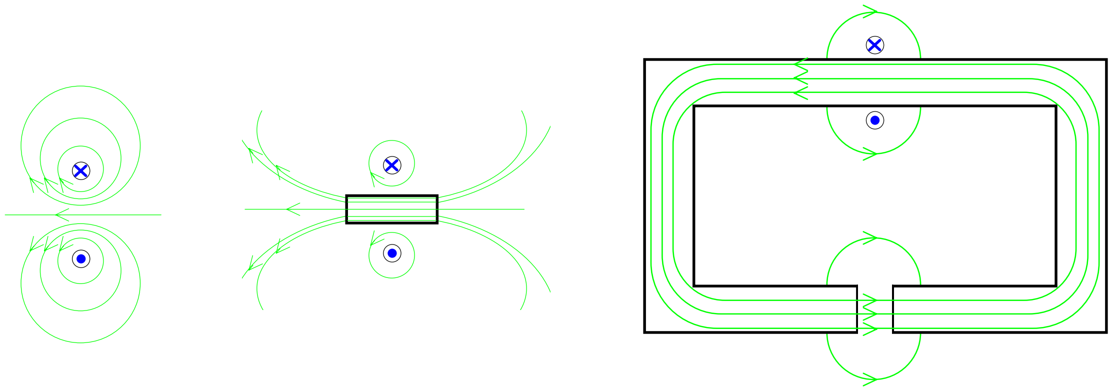
- *reverzibilis permeabilitás*: megegyezik az inkrementális permeabilitással, ha a munkapont körüli változás olyan kis mértékű, hogy az elemi hiszterézis egy vonallá olvad össze.



Az inkrementális és a reverzibilis permeabilitás értelmezése

<u>A mágneses kör számítása</u>

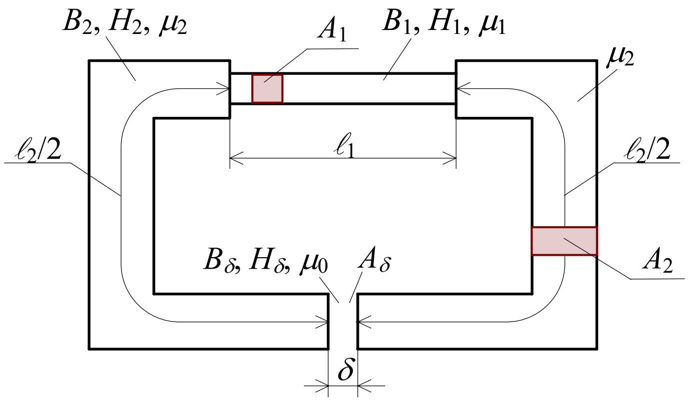
Mágneses kör a mágneses tér olyan zárt része (flxuscsatornája), amelyben a fluxus állandónak tekinthető, belőle indukcióvonalak nem lépnek ki. Lényegében minden zárt indukcióvonal mágneses kör. A mágneses körökben általában ferromágneses anyagok terelik az indukcióvonalakat a tér kijelölt részébe. Egyszerűen azok a körök számíthatók, amelyek fluxuscsatornája (a geometria) ismert.



Néhány mágneses kör illusztrációja

A fluxus ismeretében a gerjesztés könnyen, fordítva csak bonyolultan számítható.
A szórt erővonalakat számítással vagy becsléssel veszik tekintetbe, gyakran elhanyagolják.
A mágneses körök mentén rendszerint különböző tulajdonságú (permeabilitású és geometriájú) anyagok vannak és lehetnek elágazások is.
A gerjesztési törvény időben állandó térre és lassú változások esetére érvényes, egyenáramra és váltakozóáram pillanatértékére alkalmazható. Gyorsan változó fluxusnál figyelembe kell venni az indukált feszültség hatását is.

Soros mágneses körök
A soros mágneses körök rendszerint különböző keresztmetszetű és különböző anyagú szakaszokból állnak.
Adott fluxus létrehozásához és fenntartásához szükséges gerjesztés számítása
Legyen a vizsgált kör mentén (vagy annak egy szakaszán) a fluxus Φ adott, előírt és a szórás elhanyagolható $\Phi_s=0$.



Soros mágneses kör vázlata

A légrés indukciója $B_\delta = \dfrac{\Phi}{A_\delta}$, a további ferromágneses szakaszok indukciója $B_1 = \dfrac{\Phi}{A_1}$, $B_2 = \dfrac{\Phi}{A_2}$ stb.

A légrés térerőssége könnyen számítható, $H_\delta = \dfrac{B_\delta}{\mu_0}$, míg a ferromágneses szakaszok H_1, H_2 stb. térerőssége vagy a μ_{r1} és a μ_{r2} relatív permeabilitás rendszerint csak a mágnesezési görbéből olvasható le.

$$H_1 = \frac{B_1}{\mu_0 \mu_{r1}} \text{ és } H_2 = \frac{B_2}{\mu_0 \mu_{r2}}.$$

A gerjesztési törvény alkalmazásával a kör eredő gerjesztése $\mu_i = \mu_0 \mu_{ri}$ jelöléssel:

$$\Theta = \sum_i \Theta_i = \sum_i H_i \ell_i = \frac{B_\delta}{\mu_0}\delta + H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 + \ldots = \sum_i \frac{\Phi}{\mu_i A_i}\ell_i = \Phi \sum_i \frac{\ell_i}{\mu_i A_i},$$

mivel az összegezésnél Φ kiemelhető, ha állandó.
Azokban az esetekben, amikor a légrésre esik a gerjesztés legnagyobb része, a kör ferromágneses (vas) része gyakran elhanyagolható ($\mu_{vas} \gg \mu_0$, ezért $H_\delta \gg H_{vas}$).

Példa

Legyen B_δ=B_{vas}=1T, δ=1 mm, ℓ_{vas}=1 m, a mágnesezési görbéből μ_{rvas}=10^6.
A térerősség a légrésben:

$$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{B_\delta}{1{,}256\cdot 10^{-6}} = 0{,}8\cdot 10^6\, B_\delta = 0{,}8\cdot 10^6\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}},$$

a vasban: $H_{vas} = \dfrac{B_{vas}}{\mu_0\mu_{rvas}} = \dfrac{B_\delta}{\mu_0\mu_{rvas}} = 0{,}8 B_\delta = 0{,}8\,\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$.

A teljes gerjesztés a vas és a légrés gerjesztésigényének összege: Θ=Θ_{vas}+Θ_δ.
A vasra jutó gerjesztés Θ_{vas}=$H_{vas}\ell_{vas}$=0,8 A, a legrés gerjesztése Θ_δ=$H_\delta\ell_\delta$=800 A.

Egy N menetszámú tekercsnél a szükséges áram: $I = \dfrac{\Theta}{N} = \dfrac{800}{\mathrm{N}}(\mathrm{A})$.

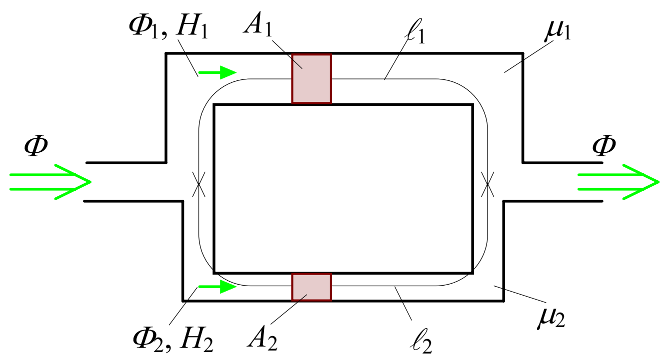
Kisebb permeabilitású vasnál nő a vas gerjesztésszükséglete és nem elhanyagolható. Pl. μ_{rvas}=10^3-értéknél $H_{vas} = 800\,\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$, Θ_{vas}=$H_{vas}\ell_{vas}$=800 A.

Fordított feladatnál, amikor adott az I áram és a kialakuló fluxus vagy indukció a kérdés, az jelent nehézséget, hogy a gerjesztés eloszlása az egyes szakaszokra a permeabilitások arányától függ, aminek meghatározásához viszont a térerősség ismerete lenne szükséges. Ilyenkor egy célszerű megoldás különböző felvett fluxusértékekhez a gerjesztés vagy az áram meghatározása, felrajzolása és a $\Phi(\Theta)$ vagy $\Phi(I)$ görbéből a feladat megoldásának leolvasása vagy számítása.

Párhuzamos mágneses körök

Az indukcióvonalak zártsága miatt a teljes belépő- és a teljes kilépő fluxus azonos:

$$\Phi=\Phi_1+\Phi_2.$$



Párhuzamos mágneses kör vázlata

A gerjesztési törvény alapján

$H_1\ell_1 - H_2\ell_2 = 0$, ebből $H_1\ell_1 = H_2\ell_2 = \Theta_p$,

vagyis a párhuzamos szakaszokra jutó Θ_p gerjesztés azonos. Behelyettesítve:

$\dfrac{\Phi_1}{\mu_1 A_1}\ell_1 = \dfrac{\Phi_2}{\mu_2 A_2}\ell_2 = \Theta_p$, amiből $\Phi_1 = \Theta_p\dfrac{\mu_1 A_1}{\ell_1}$, illetve $\Phi_2 = \Theta_p\dfrac{\mu_2 A_2}{\ell_2}$.

Ha a párhuzamos ágakat egyetlen szakasszal helyettesítjük, annak a teljes Φ fluxust kell vezetnie Θ_p gerjesztés mellett:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \Theta_p\left(\frac{\mu_1 A_1}{\ell_1} + \frac{\mu_2 A_2}{\ell_2}\right) = \Theta_p\sum_i \frac{\mu_i A_i}{\ell_i}.$$

A „mágneses Ohm-törvény”

A gerjesztési törvény $\theta = \oint \overline{H}d\overline{\ell}$ alakját módosítva – formai hasonlóságok miatt – az összetett mágneses körök egyenleteire kapott összefüggést mágneses Ohm-törvénynek is nevezik.

$H = \frac{B}{\mu}$ és $B = \frac{\Phi}{A}$ helyettesítéssel az térerősség vonalmenti integráljára és a soros mágneses kör eredő gerjesztésére kapott összefüggés

$$\Theta = \sum_i \frac{\Phi}{\mu_i A_i}\ell_i = \Phi \sum_i \frac{\ell_i}{\mu_i A_i}$$

alakja emlékeztet a véges ellenállással bíró vezető szakaszok soros eredő feszültségére felírható alábbi képletre:

$$U = \sum_i \frac{I}{\gamma_i A_i}\ell_i = I \sum_i \frac{\ell_i}{\gamma_i A_i} = I \sum_i R_i \,,$$

ahol $\gamma = \frac{1}{\rho}$ - a fajlagos vezetőképesség, a fajlagos ellenállás reciproka.

A soros kör eredő gerjesztése ennek alapján így is felírható:

$$U_m = \Phi \sum_i R_{m\,i} \,,$$

ahol U_m=Θ - az eredő mágneses feszültség (gerjesztés),

$R_{m\,i} = \frac{\ell_i}{\mu_i A_i}$ - az i-dik szakasz mágneses ellenállása. A soros szakaszok eredő mágneses ellenállása: $R_m = \sum_i R_{m\,i}$, ezzel U_m=ΦR_m.

Minél nagyobb a permeabilitás, annál kisebb a mágneses kör adott szakaszának mágneses ellenállása és azonos fluxus esetére a gerjesztés-szükséglete, mágneses feszültsége.

A soros mágneses kör egyes szakaszainak gerjesztés-szükséglete a szakasz mágneses feszültségének is nevezhető, az i-dik szakaszra:

$$U_{m\,i} = \Phi \frac{\ell_i}{\mu_i A_i} .$$

Ennek alapján a gerjesztési törvény úgy is fogalmazható, hogy a felületet határoló zárt görbe menti mágneses feszültségek eredője a felület gerjesztése $\Theta = \sum_i U_{mi}$.

A párhuzamos mágneses kör eredő fluxusára kapott

$$\Phi = \Theta_p \sum_i \frac{\mu_i A_i}{\ell_i}$$

összefüggés az előbbiek szerint

$$\Phi = U_{m\,p} \sum_i \Lambda_i \,,$$

alakban is írható, ahol $\Lambda_i = \frac{\mu_i A_i}{\ell_i} = \frac{1}{R_{m\,i}}$ - az i-dik szakasz mágneses vezetőképessége, a mágneses ellenállás reciproka.

A párhuzamos szakaszok eredő mágneses vezetése: $\Lambda_m = \sum_i \Lambda_{m\,i}$, amivel Φ=$U_m\Lambda_m$=$\Theta\Lambda_m$.

A fenti analógia alapján felrajzolhatók a mágneses körök helyettesítő villamos áramkörei.

Az ilyen helyettesítéssel azonban nagy körültekintéssel kell bánni, mivel a hasonlóság csak formai, a fizikai jelenségek eltérőek:

a) A villamos áram töltések valóságos áramlása, a mágneses fluxus pedig a tér, az anyag állapotát jellemzi, nem jár semmilyen részecskemozgással.
b) A villamos áram fenntartása veszteséggel jár (az állandó egyenáramé is), a fluxus fenntartásához nincs szükség energiára (létrehozásához, megváltoztatásához igen).
c) A mágneses feszültség zárt görbe menti integrálja $\oint \overline{H} d\overline{\ell}$ csak akkor zérus, ha nem fog körül áramot, a villamos feszültség zárt görbe menti integrálja $\oint \overline{E} d\overline{\ell}$ mindig zérus, ha nem fog körül változó fluxust.
d) A villamos vezetőképesség állandó hőmérsékleten rendszerint állandó, nem függ az áramtól, a ferromágneses anyagok permeabilitása viszont a fluxussal jelentősen változik.
e) A villamos vezető és szigetelőanyagok vezetőképessége közötti arány 10^{20} nagyságrendű, ezért a szigetelőben folyó szivárgási áram elhanyagolható. A mágneses vezető és szigetelőanyagok esetén ez az arány 10^3-10^6, ezért a szórt fluxusokat, azok hatását gyakran figyelembe kell venni.
f) A szuperpozíció ferromágneses anyagot tartalmazó körökben nem használható, általában csak a gerjesztések összegezhetők, az egyes gerjesztések által létrehozott térerősségek, vagy az indukciók nem.

Önindukció, önindukciós tényező

Az indukció törvény értelmében egy vezetőben vagy tekercsben $u_i(t) = \frac{d\psi(t)}{dt}$ indukált feszültség keletkezik. Ez arra az esetre is igaz, ha a fluxusváltozást a magában a vezetőben vagy tekercsben folyó áram megváltozása idéz elő. A tekercs áramváltozása magában a tekercsben indukál feszültséget: önindukció. Az indukált feszültség gátolja az indukciót okozó folyamatot, tehát az áramváltozás ellen hat, azt akadályozza.
Az indukált feszültség általánosan, a tekercsfluxus változásából, mivel $\psi = \psi(i(t))$:

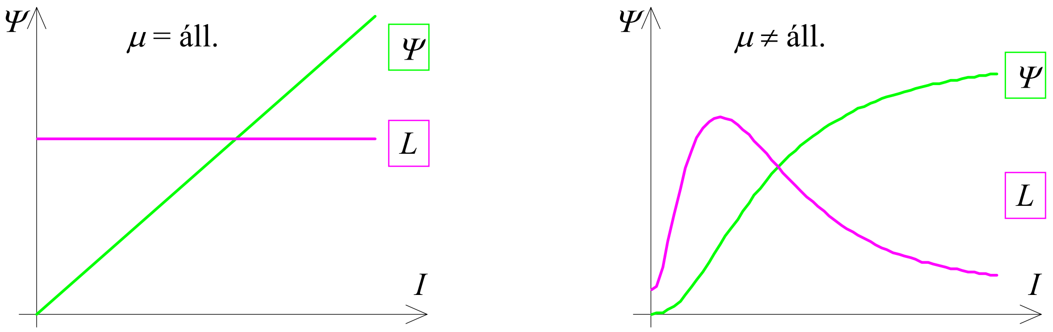
$$u_i(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = \frac{d\psi(t)}{di(t)} \frac{di(t)}{dt} .$$

A tekercsfluxus és az áram közötti kapcsolatot az $L = \frac{d\psi(t)}{di(t)}$ induktivitás vagy önindukciós tényező teremti meg, SI mértékegysége Henry[4] tiszteletére

$$[L] = \mathrm{H} = \mathrm{henry} = \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}} = \Omega\mathrm{s} .$$

Ezzel az önindukciós feszültség: $u_i(t) = L\frac{di(t)}{dt}$. Az induktivitás segítségével a mágneses tér állapotváltozását egy villamos áramkör áramváltozására vezetjük vissza.
Nem ferromágneses közegben a $\psi(i)$ összefüggés lineáris, így $L = \frac{\psi(t)}{i(t)} = \frac{\Psi}{I} = \text{áll.}$, ferromágneses közegben $\psi(i) \neq$áll.

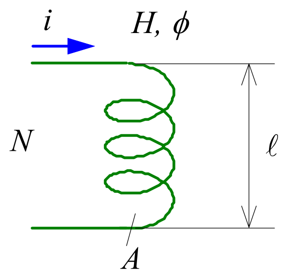
[4] Henry, Joseph (1797-1878) amerikai fizikus



Az induktivitás áramfüggése, ha a mágnesezési görbe
lineáris *nemlineáris*

Vasmentes szolenoid homogén terére a gerjesztési törvény szerint, mivel a tekercsen kívüli tér elhanyagolható:

$$NI = H\ell = \frac{\Phi}{\mu A}\ell = \frac{N\Phi}{N\mu A}\ell = \frac{\Psi}{N\mu A}\ell \text{, amiből } L = \frac{\Psi}{I} = N^2\mu_0\frac{A}{\ell} = N^2\Lambda .$$



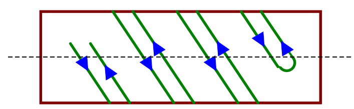
A szolenoid induktivitásának közelítő számítása

Az induktivitás a tekercs menetszámától, geometriájától és a kitöltő közeg anyagától függ, ferromágneses közegben áramfüggő.

N^2 értelmezése: egyrészt a menetekben folyó áramok a gerjesztési törvény szerint mágneseznek, mágneses teret hoznak létre, másrészt bennük az indukció törvény alapján feszültség indukálódik.

Az induktivitás $L = \dfrac{d\psi}{di}$ változása a mágnesezési görbéből meghatározható.

Induktivitás-szegény áramköri elemet (pl. dobra tekercselt huzalból készült ellenállás) ún. bifiláris (filum = szál, fonál) tekercs kialakítással lehet előállítani. Ennél a megoldásnál tulajdonképpen két tekercs van, egy jobb- és egy balmenetű, az ellentétes irányban gerjesztett fluxus miatt a két tekercs lerontja egymás mágneses terét. Az eredő kis (ideális esetben zérus) fluxusnak megfelelően Ψ kicsi (az önindukciós feszültség kicsi), tehát az induktivitás is kicsi.

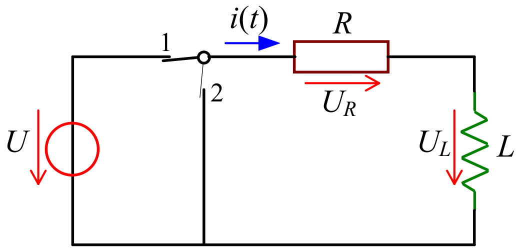


Induktivitás-szegény tekercselés vázlata

Példa

Az induktivitás hatása (tekercset tartalmazó) egyenáramú áramkör be- és kikapcsolása során.

a) bekapcsolás



Egyenáramú R-L áramkör be- és kikapcsolása

Az ábrán látható *R-L* áramkör ugrásszerű *U* feszültségre kapcsolása (a kapcsoló 1-es állása) következtében megindul a mágneses energia felhalmozódása az induktivitásban. Ez a folyamat az áram állandósult $I = \frac{U}{R}$ értékének eléréséig tart. Ekkor a tárolt energia nagysága: $W_L = \frac{LI^2}{2}$. Az áram növekedése során az induktivitáson indukálódó $L\frac{di}{dt}$ nagyságú (önindukciós) feszültség – Lenz törvénye szerint – késlelteti az áram kialakulását. A huroktörvény értelmében a kapocsfeszültséggel az ohmos feszültségesés és az indukált feszültség összege tart egyensúlyt:

$$U = i(t)R + L\frac{di(t)}{dt}.$$

Az egyenletet átrendezve:

$$\frac{U}{R} = i(t) + \frac{L}{R}\frac{di(t)}{dt},$$

ahol $\frac{U}{R} = I$ - az áram állandósult értéke, $\frac{L}{R} = T$ - az *R-L* kör időállandója. Ezekkel az egyenlet:

$$I = i(t) + T\frac{di(t)}{dt}.$$

A változók szétválasztásával:

$$\frac{dt}{T} = -\frac{d(I-i)}{I-i}.$$

Mindkét oldalt integrálva:

$$-\frac{t}{T} = ln(I-i) + C.$$

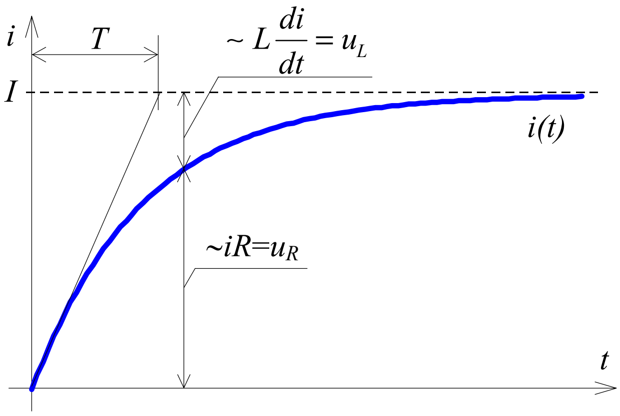
A kezdeti feltétel árammentes bekapcsolás esetén: $i(t\!=\!0)\!=\!0$, amiből $C\!=\!-lnI$. Ezzel:

$$-\frac{t}{T} = ln(I-i) - ln\, I.$$

Az áram változásának időfüggvénye:

$$i(t) = I\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right),$$

az áram exponenciális függvény szerint éri el az állandósult $I = \dfrac{U}{R}$ értéket.



R-L áramkör bekapcsolási árama

A bekapcsolási folyamat alatt az ellenálláson lévő feszültség arányos az árammal, az induktivitáson megjelenő feszültség pedig az áram változásával:

$$u_R(t) = i(t)R = U\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \qquad \text{és} \qquad u_L(t) = -L\frac{U}{R}\frac{1}{T}e^{-\frac{t}{T}} = Ue^{-\frac{t}{T}}.$$

b) kikapcsolás

Az ábra kapcsolóját 2-es állásába képzelve az áramkör tápfeszültsége ugrásszerűen zérussá válik, a csökkenő áramot – Lenz törvénye szerint – az induktivitásban tárolt energia igyekszik fenntartani. Végül ez az energia az ellenálláson disszipálódik (hővé alakul). Az áram csökkenése miatt az induktivitáson $-L\dfrac{di}{dt}$ nagyságú önindukciós feszültség indukálódik, amivel – a huroktörvény értelmében – az ohmos feszültségesés tart egyensúlyt:

$$0 = i(t)R + L\frac{di(t)}{dt}, \qquad \text{vagy} \qquad 0 = i(t) + T\frac{di(t)}{dt}.$$

A változók szétválasztásával:

$$-\frac{dt}{T} = \frac{di}{i}.$$

Mindkét oldalt integrálva:

$$-\frac{t}{T} = ln\, i + C.$$

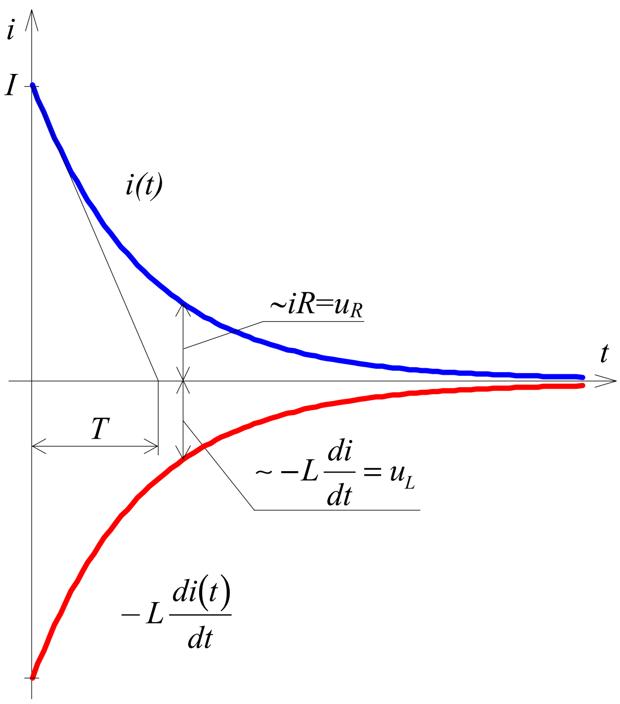
A kezdeti feltétel állandósult állapoti kikapcsolás esetén: $i(t=0)=I$, amiből $C=-lnI$. Ezzel:

$$-\frac{t}{T} = ln\frac{i}{I}.$$

Az áram változásának időfüggvénye:

$$i(t) = Ie^{-\frac{t}{T}} = \frac{U}{R}e^{-\frac{R}{L}t},$$

az áram exponenciális függvény szerint éri el az állandósult I=0 értéket.



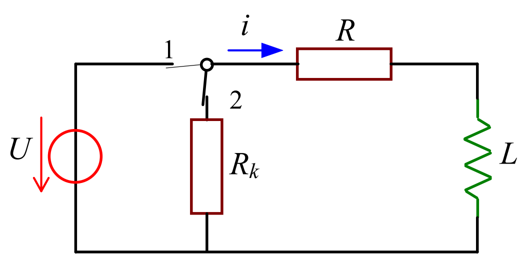
R-L áramkör kikapcsolási árama

A kikapcsolási folyamat alatt az ellenálláson lévő feszültség arányos az árammal, az induktivitáson megjelenő feszültség pedig az áram változásával:

$$u_R(t)=i(t)R=Ue^{-\frac{t}{T}} \qquad \text{és} \qquad u_L(t)=-L\frac{U}{R}\frac{1}{T}e^{-\frac{t}{T}}=-Ue^{-\frac{t}{T}}.$$

Nézzük meg az átmeneti folyamatot akkor, amikor az áramkört egy külső R_k ellenállással zárjuk az ábra szerint.

Ebben az esetben a kör időállandója $T'=\dfrac{L}{R+R_k}$, vagyis az eredeti $T=\dfrac{L}{R}$ időállandó $\dfrac{R}{R+R_k}$-szerese: $T'=\dfrac{R}{R+R_k}T$.



R-L áramkör kikapcsolása külső ellenállással

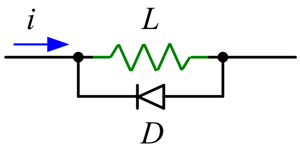
Az áram változásának időfüggvénye:

$$i(t)=Ie^{-\frac{t}{T'}}=\frac{U}{R}e^{-\frac{R+R_k}{L}t},$$

amiből az induktivitáson megjelenő feszültség:

$$u_L(t)=-L\frac{di(t)}{dt}=-L\frac{U}{R}\frac{1}{T'}e^{-\frac{t}{T'}}=-U\frac{R+R_k}{R}e^{-\frac{t}{T}}.$$

Például, R_k=R esetén a kikapcsolás utáni pillanatban az eredeti tápfeszültség kétszerese lép fel az induktivitáson. Az R_k ellenállás növelésével az induktivitáson megjelenő feszültség nő, az áramkör megszakításakor elvileg végtelen nagy lehet. Erre azonban nincs szükség, mivel az átütési szilárdság elérése után az áramkör szikra vagy ív formájában záródik. Áramjárta induktív áramkör megszakítása a fentiek szerint veszélyes lehet, balesetet és anyagi kárt okozhat. Vonatkozik ez áramkör félvezetővel történő kikapcsolására is, amikor fennáll a félvezető réteg átütésének veszélye. Az induktivitáson fellépő kikapcsolási feszültség káros következménye ellen gyakran ellenpárhuzamos diódával védekeznek:



R-L áramkör kikapcsolása külső ellenállással

ebben az elrendezésben az induktivitás által fenntartott áram a diódán keresztül záródik, a tárolt energia pedig az induktivitás – nem ábrázolt – ohmos ellenállásán disszipálódik.

Csatolt tekercsek fluxusának felbontása összetevőkre

Csatolt tekercsekről akkor beszélünk, ha az egyes tekercsek egymás mágneses terében helyezkednek el, és ha egymás terének hatása nem elhanyagolható. Alkalmazástól függően lehet cél a minél jobb csatolás (pl. energiaátvitelnél), vagy a csatolás elkerülése (pl. elektromágneses zavarcsökkentésnél).

Az egyetlen valóságos (eredő) mágneses tér a geometriai elrendezéstől függően különböző mértékben kapcsolódik az egyes tekercsekkel. A szemléltetés és az egyszerűbb tárgyalás érdekében a teret reprezentáló fluxus 4 összetevőre bontható:

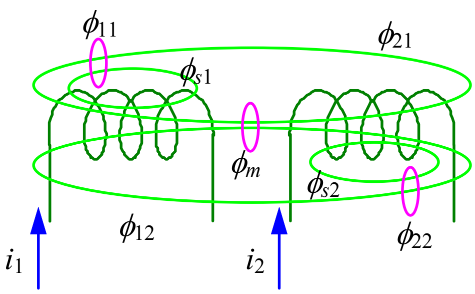
- az i_1 áram által az 1. tekercsben létrehozott ϕ_{11} fluxus egy része kapcsolódik a 2. tekerccsel is (ϕ_{21}), másik része – az első tekercs szórt fluxusa – csak az 1-el (ϕ_{s1}),

$$\phi_{11}=\phi_{21}+\phi_{s1}.$$

- az i_2 áram által a 2. tekercsben létrehozott ϕ_{22} fluxus egy része kapcsolódik az 1. tekerccsel is (ϕ_{12}), másik része – a második tekercs szórt fluxusa – csak a 2-al (ϕ_{s2}),

$$\phi_{22}=\phi_{12}+\phi_{s2}.$$

Az első index jelöli azt a tekercset, amelyikre a második index-szel jelölt tekercs mágneses tere hatást fejt ki.



A fluxus felbontása összetevőkre

A teljes fluxus: $\phi=\phi_{11}+\phi_{22}=\phi_{21}+\phi_{s1}+\phi_{12}+\phi_{s2}=\phi_m+\phi_{s1}+\phi_{s2}$.

Ezeket a komponenseket kétféle módon szokták csoportosítani.

A csatolt körös elmélet „eredet” szerint választja szét az összetevőket, az eredő a teljes „saját” fluxus és a másik tekercs csatlakozó fluxusának összege:

az 1. tekerccsel kapcsolódó összes fluxus

$$\phi_1=\phi_{11}+\phi_{12}=\phi_{21}+\phi_{s1}+\phi_{12},$$

a 2. tekerccsel kapcsolódó összes fluxus

$$\phi_2=\phi_{22}+\phi_{21}=\phi_{12}+\phi_{s2}+\phi_{21}.$$

A térelmélet „funkció" szerint választja szét az összetevőket, az eredő a közös (hasznos, fő) fluxus és a saját szórt fluxus összege:

az 1. tekerccsel kapcsolódó összes fluxus

$$\phi_1=\phi_m+\phi_{s1}=\phi_{21}+\phi_{12}+\phi_{s1},$$

a 2. tekerccsel kapcsolódó összes fluxus

$$\phi_2=\phi_m+\phi_{s2}=\phi_{12}+\phi_{21}+\phi_{s2}.$$

Az eredő természetesen mindkét értelmezés szerint azonos.

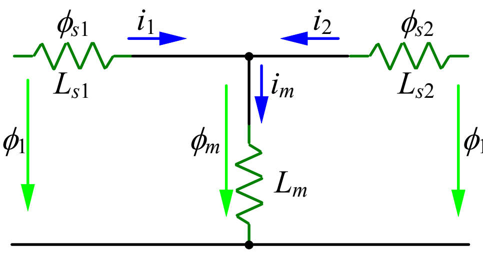
ϕ_m-nek két összetevője van: $\phi_{m1}=\phi_{21}$ és $\phi_{m2}=\phi_{12}$, így $\phi_m=\phi_{m1}+\phi_{m2}$.

A mágneses kölcsönhatást kifejező csatolási tényező úgy értelmezhető, hogy az i_1 áram által az 1. tekercsben létrehozott fluxus mekkora része kapcsolódik a 2. tekerccsel $k_1=\frac{\phi_{21}}{\phi_{11}}$, illetve fordítva, az i_2 áram által a 2. tekercsben létrehozott fluxus mekkora része kapcsolódik az 1. tekerccsel $k_2=\frac{\phi_{12}}{\phi_{22}}$.

A szórási és a csatolási tényezők kapcsolata:

$$\sigma_1=\frac{\phi_{s1}}{\phi_{11}}=1-k_1=1-\frac{\phi_{21}}{\phi_{11}}=\frac{\phi_{11}-\phi_{21}}{\phi_{11}} \text{ és } \sigma_2=\frac{\phi_{s2}}{\phi_{22}}=1-k_2=\frac{\phi_{22}-\phi_{12}}{\phi_{22}}.$$

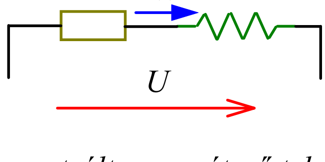
A villamos gépeket (pl. a transzformátorokat, aszinkron gépeket) rendszerint térelméleti megközelítéssel tárgyalják, ennek megfelelő a fluxusokra vonatkozó helyettesítő áramkör is, amelyben az egyes fluxusösszetevőket az áramok valamilyen induktivitáson hozzák létre:



A térelméti felbontást tükröző helyettesítő áramkör

<u>A mágneses tér energiája</u>

Egy koncentrált paraméterű ellenállással és induktivitással jellemzett tekercs U=áll. feszültségre kapcsolásakor az $U=i(t)R+\frac{d\psi(t)}{dt}=U_R+L\frac{di(t)}{dt}$ feszültség egyenlet érvényes.



Koncentrált paraméterű tekercs

A tekercs által dt idő alatt felvett energia: $dw=dw_R+dw_m=Ui(t)dt=i^2(t)Rdt+i(t)d\psi(t)$.

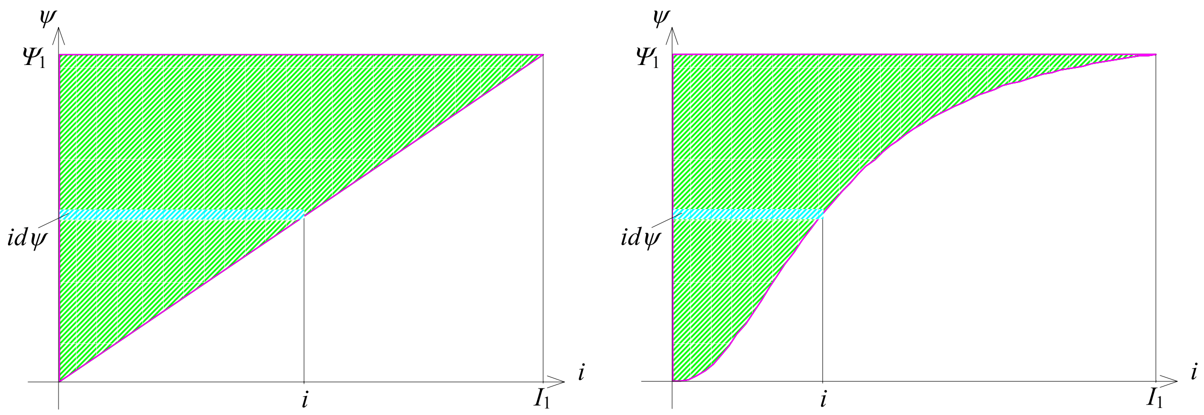
Az $i^2(t)Rdt$ energia a tekercs ellenállásán hővé alakul, $i(t)d\psi(t)$ energia pedig felhalmozódik a mágneses térben és az áram csökkenésekor – a tér leépülésekor – visszanyerhető.
Ha egy bekapcsolási folyamat alatt a fluxus 0-ról Ψ_1 értékre nő (az áram 0-ról I_1-re), akkor a mágneses térben felhalmozott teljes W_{m1} energia:

$$W_{m1} = \int_0^{\Psi_1} i(t)d\psi .$$

Lineáris $\psi(i)$ kapcsolat (pl. vasmentes tekercs) esetén L=áll., $\Psi_1=LI_1$ és $d\psi=Ldi$, így

$$W_{m1} = L\int_0^{I_1} i(t)di = \frac{1}{2}LI_1^2 = \frac{1}{2}\Psi_1 I_1 = \frac{1}{2}\frac{\Psi_1^2}{L} .$$

A tekercsben felhalmozott energia a tekercsfluxusból és az áramból számítható, azonos áramnál az induktivitással arányos.
Ferromágneses anyagot tartalmazó körben a $\psi(i)$ kapcsolat nemlineáris (pl. vasmagos tekercsnél) $L\neq$áll., ezért az integrálás nem egyszerűsíthető.



Egy tekercsben felhalmozott energia
nem ferromágneses *ferromágneses*

Egy tekercset a tápforrásról lekapcsolva a tárolt energiát visszakapjuk, a fluxuscsökkenés hatására keletkező önindukciós feszültség az áram fenntartására törekszik. Ez az induktív áramkörök megszakításakor is igaz, ezért az ilyen művelet különös figyelmet és körültekintést igényel.
Homogén, lineáris esetben (μ=áll. esetén) a mágneses energia egyszerűen kifejezhető a térjellemzőkkel is.
A $\psi=N\Phi=NBA$ és a $\Theta=NI=H\ell$ összefüggésekkel

$$W = \frac{1}{2}\Psi I = \frac{1}{2}NBA\frac{H\ell}{N} = \frac{1}{2}VHB ,$$

ahol $V=A\ell$ – a vizsgált térfogat.
A térfogategységben tárolt energia (energiasűrűség):

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}HB = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu} .$$

Homogén, nemlineáris térben ($\mu\neq$áll. esetén, pl. toroid vasban)

$$W = \int_0^{\psi_1} i(t)d\psi = \int_0^{\psi_1}\frac{H\ell}{N}d\psi = \int_0^{\Phi_1}\frac{H\ell}{N}Nd\Phi = \int_0^{B_1}A\ell HdB = V\int_0^{B_1}HdB .$$

A térfogategységben tárolt energia:

$$w = \int_0^{B_1} HdB \,.$$

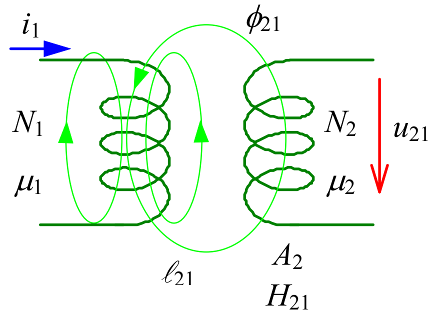
Ez az összefüggés az inhomogén tér egyes pontjaira is igaz, így általános esetben, adott térfogatra:

$$W = \int_V \int_B HdBdV \,.$$

A kölcsönös indukció

Ha két tekercs egymás közelében helyezkedik el, akkor az első árama által létrehozott fluxus a második tekerccsel is kapcsolódik. Az ilyen elrendezést csatolt tekercseknek nevezik. Az első (primer) tekercs $i_1(t)$ áramának megváltozásakor a második (szekunder) tekercs vezetőivel kapcsolódó $\phi_{21}(t)$ fluxus megváltozása feszültséget indukál. A nyitott szekunder tekercsben indukált feszültség:

$$u_{21}(t) = \frac{d\psi_{21}(t)}{dt} = \frac{d\psi_{21}(t)}{di_1(t)} \frac{di(t)_1}{dt} \,.$$



Csatolt tekercsek

A $\frac{d\psi_{21}}{di_1}$ deriváltat kölcsönös indukciós tényezőnek nevezik, jelölése M_{21} vagy L_{21}, SI mértékegysége egyezik az önindukciós tényező mértékegységével H (henry). A kölcsönös indukciós tényező a két tekercs alakjától, egymáshoz képesti elhelyezkedésétől és a kitöltő közeg anyagától függ. Állandó permeabilitás esetén (pl. vasmentes közegben), állandósult állapotban $M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1}$. A gerjesztési törvényt alkalmazva a ϕ_{21} által kijelölt fluxuscsatornára:

$$\theta_1 = N_1 i_1 = H_{21}\ell_{21} = \frac{\phi_{21}}{A_2\mu_2}\ell_{21} = \phi_{21} R_{m21}$$

$$\phi_{21} = N_1 i_1 \Lambda_{21}$$

$$M_{21} = \frac{\psi_{21}}{i_1} = \frac{N_2\phi_{21}}{i_1} = N_1 N_2 \Lambda_{21} \,.$$

Azért a két tekercs menetszámának szorzata szerepel M_{21} képletében, mert az N_1 menetek mágneseznek, a feszültség pedig N_2-ben indukálódik. A kapcsolat fordítva is fennáll, a második tekercs gerjesztésekor az elsőben indukálódik feszültség.
Izotrop közegben $M_{12}=M_{21}$, mivel $\Lambda_{12}=\Lambda_{21}$.

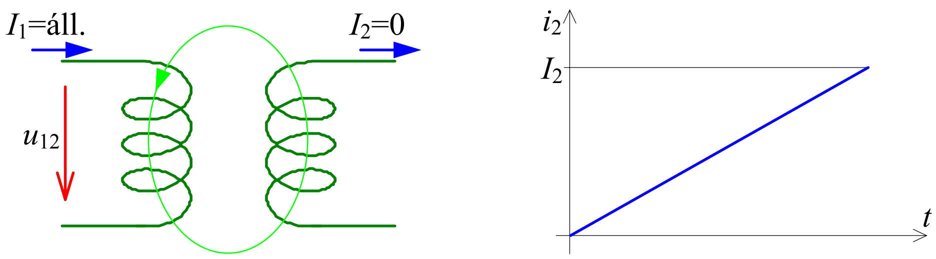
Csatolt körök mágneses energiája

Legyen az első tekercs árama I_1 állandó, a második pedig árammentes. Ebben az esetben az első tekercsben felhalmozott mágneses energia:

$$W_1 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 .$$

A második tekercs áramát nulláról I_2-re növelve – a fluxusváltozás miatt – az első tekercsben is feszültség indukálódik, amelynek nagysága a $\frac{di_2}{dt}$ áramváltozás hatására:

$$u_{i12} = \frac{d\psi_{12}}{dt} = M_{12} \frac{di_2}{dt} .$$



Kiindulási állapot *A második tekercs áramának növelése*

Amennyiben a tekercsek azonos irányban mágneseznek ($\psi_{1\text{eredő}}=\psi_1+d\psi_{12}$), akkor az u_{i12} feszültség – Lenz törvénye értelmében – I_1-et csökkenteni akarja (hogy az 1. tekerccsel kapcsolódó fluxus változatlan maradjon). I_1 állandó értéken tartásához $dw=u_{i12}I_1dt=M_{12}I_1di_2$ energiabevitelre van szükség.

Az $i_2(t)$ teljes változási ideje alatt szükséges energia:

$$W = \int_0^{I_2} M_{12} I_1 di_2 = M_{12} I_1 I_2 .$$

A második tekercs terének felépítése során a 2. tekercsben felhalmozott energia: $W_2 = \frac{1}{2} L_2 I_2^2$.

A két tekercs együttes energiája tehát:

$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + M_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 .$$

A bekapcsolás sorrendjétől a teljes felhalmozott energia általában nem függ, fordított sorrend esetén, a második tekercs után az első feszültségre kapcsolásakor

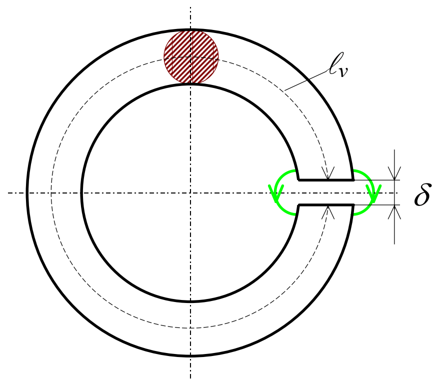
$$W = \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M_{21} I_2 I_1 + \frac{1}{2} L_1 I_1^2 .$$

A csatolás miatti tag előjele attól függ, hogy a két áram egymás mágneses hatását erősíti vagy rontja, így $MI_1I_2 \lessgtr 0$.

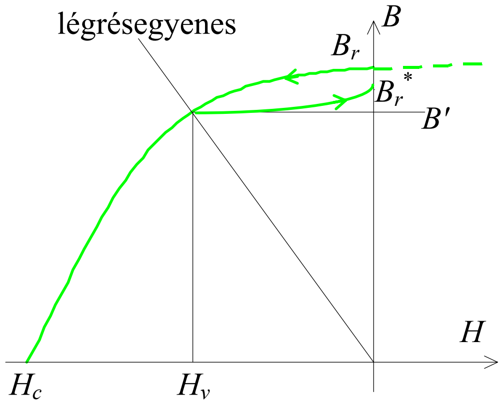
Állandó mágnesek

Az állandó mágnesek olyan anyagok, amelyek mágneses tere egyszeri felmágnesezés után gerjesztés nélkül is tartósan megmarad, ami csak erős lemágnesező hatással szüntethető meg. Ezeket az anyagokat kemény mágneseknek is nevezik, a könnyen átmágnesezhető lágy mágnesektől eltérő tulajdonságaik kifejezésére.

Zárt gyűrűt a telítési indukcióig mágnesezve, a gerjesztés megszűnte után B_r remanens indukció marad fenn. Mivel a Θ gerjesztés zérus, a gerjesztési törvény értelmében a vas H_v térerőssége is zérus, így a W_m tárolt mágneses energia is az.



Gyűrű alakú állandó mágnes



Állandó mágnes B_v-H_v görbéje

A gyűrűbe légrést vágva a gerjesztési törvény szerint $H_v\ell_v+H_\delta\delta=0$ (mivel továbbra sincs gerjesztés), amiből a vas megváltozott térerőssége:

$$H_v=-H_\delta\frac{\delta}{\ell_v}=-\frac{B_\delta\delta}{\mu_0\ell_v},$$

itt ℓ_v – a közepes erővonalhossz a vasban.
Tehát negatív előjelű, lemágnesező térerősség alakul ki a vasban, az indukció pedig B' értékre csökken.
Ha a <u>szórás elhanyagolható</u>, $\Phi_s=0$, akkor fluxus a vasban és a légrésben megegyezik, $\Phi_v=\Phi_\delta$ vagy $B_v\,A_v=B_\delta\,A_\delta$, amiből $B_\delta=B_v\frac{A_v}{A_\delta}$.

A gerjesztési törvény előző összefüggéséből: $H_v=-\frac{1}{\mu_0}\frac{A_v}{A_\delta}\frac{\delta}{\ell_v}B_v=-aB_v$, vagyis lineáris kapcsolatot kapunk az állandó mágnes térerőssége és indukciója között (légrésegyenes).

Ha a légrés <u>szórása nem elhanyagolható</u>, akkor a légrés fluxusa kisebb, mint a vasé. $\sigma=\frac{\Phi_s}{\Phi_v}$ értelmezéssel:

$$\Phi_\delta=\Phi_v-\Phi_s=\Phi_v-\sigma\Phi_v=(1-\sigma)\Phi_v.$$

Ebből $B_\delta=B_v\frac{(1-\sigma)A_v}{A_\delta}$ és $H_v=-\frac{1-\sigma}{\mu_0}\frac{A_v}{A_\delta}\frac{\delta}{\ell_v}B_v=-(1-\sigma)aB_v$.

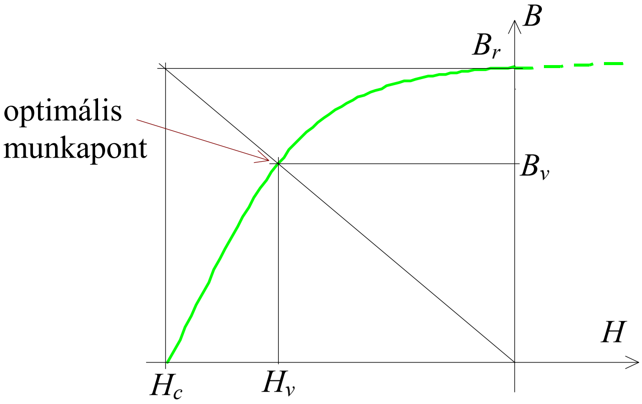
Az állandó mágnes munkadiagramja a $B_v(H_v)$ mágnesezési görbe leszálló ága, amiből munkapontot a légrésegyenes kimetszi (mágnesezési görbe + gerjesztési törvény). A légrés mérete az alkalmazástól függ.
A mágnes minőségének egyik jellemzője az, hogy a légrés megszüntetése, a H_v térerősség ismételt zérusra csökkentése után kialakuló B_r^* indukció kisebb-e és mennyivel a kezdeti B_r-nél.

<u>Permanens mágnes ötvözetek</u>
Különböző összetételű Al-Ni-Co acél ötvözetek,
Ag-Mn-Al nem ferromágneses anyagok ötvözete,
W-acél, Fe-Co-V, Fe-Ni-Cu, Fe-Pt, Co-Pt, Sm_2-Co_{17}, Nd-Fe-B

Kemény mágnesek optimális kihasználása

Állandó mágneseket tartalmazó mágneses körök rendszerint lágy mágnes szakaszokat és légrést is tartalmaznak. A kemény mágnes anyagok magas ára indokolja a minél kisebb mennyiség felhasználását.

Az állandó mágnesek munkatartománya rendszerint a B_v-H_v görbe lineáris, telítési szakaszára esik, ezért számításoknál permeabilitását μ_0-nak vagy közel μ_0-nak veszik.



Az optimális munkapont grafikus meghatározása

A szórás és a lágyvas szakaszok mágneses feszültségének (gerjesztésének) elhanyagolásával

$$H_\delta\delta=-H_v\ell_v \text{ és } \Phi_\delta=\Phi_v=B_vA_v,$$

itt a v index a kemény mágnesre vonatkozik.

Az állandó mágnes anyag térfogata:

$$V_v=\ell_v A_v=\frac{H_\delta\delta}{H_v}\frac{\Phi_\delta}{B_v}=\Phi_\delta^2\frac{\delta}{\mu_0 A_\delta}\frac{1}{H_v B_v}.$$

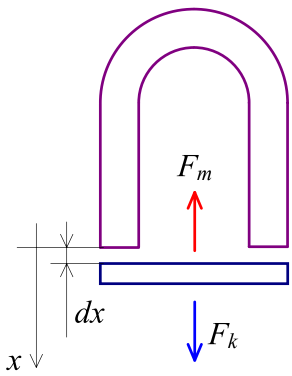
Adott légrés méret és légrés fluxus esetén a szükséges kemény mágnes térfogata akkor a legkisebb, ha a H_vB_v szorzat (jósági szorzat, energia szorzat) a legnagyobb:

$$V_{v\,min}=c\frac{1}{\left(H_vB_v\right)_{max}}.$$

$(H_vB_v)_{max}$ közelítően garafikus úton határozható meg.

Az állandó mágnes erőhatása

Zárt (légrésmentes) mágnes energiája (munkavégző képessége) zérus, mivel H=0.



A mágneses erőhatás számítása

Légrésnyitás után $H \neq 0$, a befektetett mechanikai energia tárolt mágneses energiává és veszteséggé alakul:

$$dW_{mech} = dW_{mágn} + dW_{veszt},$$

ahol dW_{mech} – a bevitt mechanikai energia, $dW_{mágn}$ – a mágneses energia, dW_{veszt} – a veszteségi energia.

Ha a veszteség és a szórás elhanyagolható, akkor $dW_{veszt}=0$, $\Phi_\delta=\Phi_v=\Phi$,

itt Φ_δ – a légrés, Φ_v – a vas fluxusa.

A mechanikai energia:

$$dW_{mech} = F_k dx = -F_m dx,$$

itt F_k – a külső erőhatás, F_m – a mágnes által kifejtett húzóerő.

A negatív előjel azt jelenti, hogy x felvett (+) iránya mellett F_m hatására dx csökken.

F_m nagysága a virtuális munkavégzés alapján számítható.

A virtuális munka elve

Anyagi rendszer akkor van egyensúlyban, ha a rá ható erők eredője zérus. Ez az erőegyensúly meghatározható a virtuális munka számításával.

Virtuális munka: a rendszerre ható valóságos erőknek (F_k, F_m) egy virtuális (lehetséges) dx elmozdulás során végzett munkája.

A valóságos erők egyensúlyának az a feltétele, hogy az eredő virtuális munka zérus legyen. Vagyis, egy valóságos, működő erőknek kitett rendszer akkor, és csakis akkor van egyensúlyban, ha a valóságos erők által végzett eredő virtuális munka zérus: $F_k dx + F_m dx = 0$.

Ha egy valóságos erő nem ismert, de a vele egyensúlyt tartó másik erő által végzett munkát energiaváltozásból – ami megegyezik az ismeretlen erő által végzett munkával – számítani tudjuk, akkor az ismeretlen erő – jelen esetben F_m – meghatározható.

A tárolt $dW_{mágn}$ mágneses energia a vasban (dW_{vas}) és a légrésben (dW_δ) halmozódik fel:

$$dW_{mágn} = dW_{vas} + dW_\delta.$$

A vasban felhalmozott teljes energia $W_{vas} = V_{vas} \int\limits_{B_{vas}} H_{vas} dB_{vas}$, így

$$dW_{vas} = V_{vas} H_{vas} dB_{vas} = \ell_{vas} A_{vas} H_{vas} dB_{vas} = \ell_{vas} H_{vas} d\Phi.$$

A légrésben felhalmozott teljes energia $W_\delta = \frac{1}{2} V_\delta H_\delta B_\delta = \frac{1}{2} V_\delta \frac{B_\delta^2}{\mu_0}$. A zárólemez dx mértékű elmozdulása következtében a légrés mérete (térfogata) is és az indukció is változik, ezért

$$dW_\delta = \frac{\partial W_\delta}{\partial V_\delta} dx + \frac{\partial W_\delta}{\partial B_\delta} dx \text{ , így}$$

$$dW_\delta = \frac{1}{2} \frac{B_\delta^2}{\mu_0} \frac{dV_\delta}{dx} dx + \frac{1}{2} V_\delta \frac{2B_\delta}{\mu_0} \frac{dB_\delta}{dx} dx = \frac{1}{2} \frac{B_\delta^2}{\mu_0} A_\delta dx + V_\delta H_\delta dB_\delta = \frac{1}{2} \frac{B_\delta^2}{\mu_0} A_\delta dx + \delta H_\delta d\Phi \ .$$

Ezekkel az energiaegyenlet:

$$F_k dx = \ell_{vas} H_{vas} d\Phi + \frac{1}{2} \frac{B_\delta^2}{\mu_0} A_\delta dx + \delta H_\delta d\Phi = \left(\ell_{vas} H_{vas} + \delta H_\delta\right) d\Phi + \frac{1}{2} \frac{B_\delta^2}{\mu_0} A_\delta dx \ .$$

Mivel a gerjesztési törvény szerint $\ell_{vas} H_{vas} + \delta H_\delta = 0$, statikus állapotban a mágnes által kifejtett erő:

$$F_m = -\frac{1}{2} \frac{B_\delta^2}{\mu_0} A_\delta \ .$$

Az elektromágnes erőhatása
Az órán elhangzottak szerint

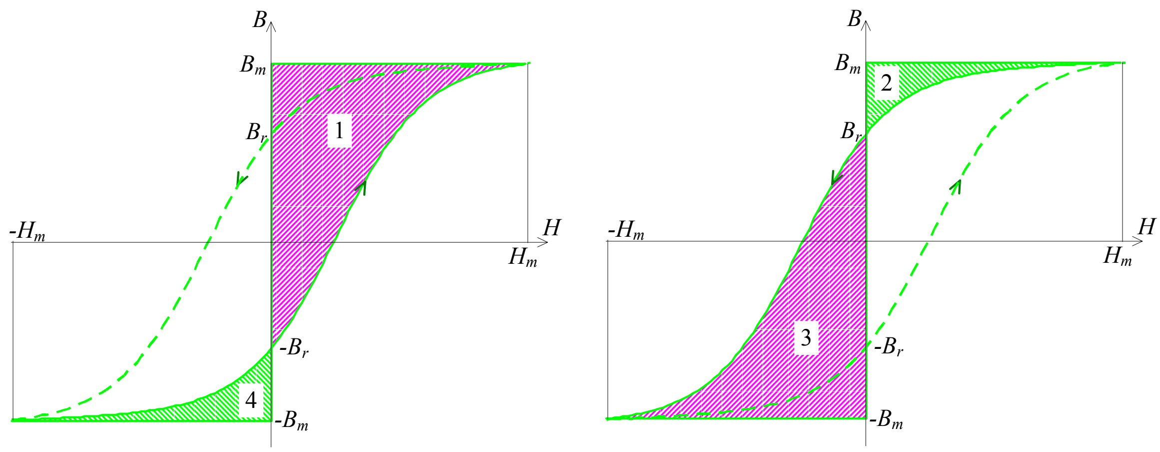
A változó fluxus okozta veszteségek
Az állandó mágneses tér (fluxus) fenntartása nem jár veszteséggel, nem kíván energia-bevitelt (l. állandó mágnesek).
Változó fluxus hatására viszont a mágneses kör vasmagjában veszteségek keletkeznek, amelyek annak melegedését okozzák. A P_{Fe} vasveszteségnek jellegét tekintve két összetevője van:

- hiszterézis veszteség,
- örvényáramveszteség.

$$P_{Fe} = P_{hisz} + P_{örv}.$$

Nemszinuszos változás esetén a felharmonikusok által okozott vasveszteséget külön kell számítani.

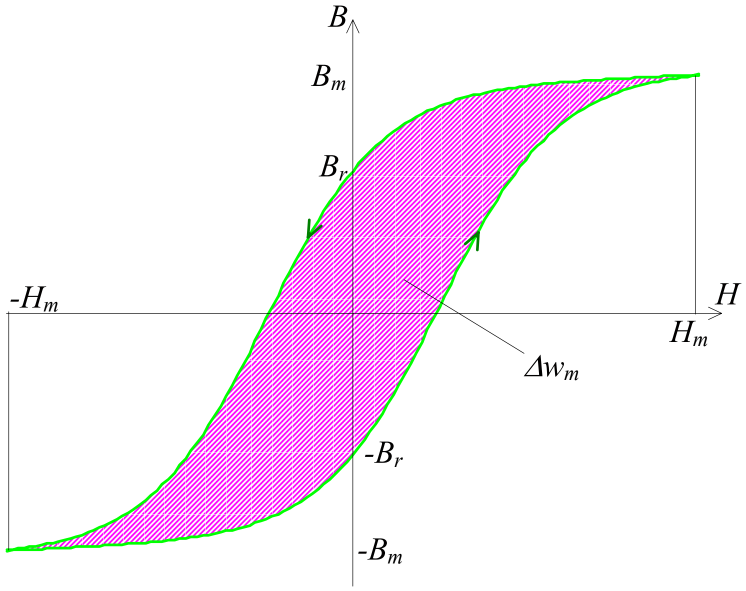
Vasveszteség szinuszos táplálásnál
a) Hiszterézis veszteség
A B indukció és a H térerősség változása következtében a vas elemi mágnesei átrendeződnek, ami belső súrlódással jár. Ez az átmágnesezési veszteség. A térfogategységben felhalmozott mágneses energia $w = \int_B HdB$ értéke a hiszterézis görbe mentén szakaszonként számítható.



A felvett és a leadott mágneses energia a hiszterézis görbe
felszálló ága mentén *lelszálló ága mentén*

1. A $-B_r \leq B \leq B_m$ $(0 \leq H \leq H_m)$ szakaszon $H \geq 0$ és $dB > 0$, ezért $\Delta w > 0$, tehát energia felvétel történik.
2. A $B_m \geq B \geq B_r$ $(H_m \geq H \geq 0)$ szakaszon $H \geq 0$ és $dB < 0$, ezért $\Delta w < 0$, itt energia leadás történik.
3. A $B_r \geq B \geq -B_m$ $(0 \geq H \geq -H_m)$ szakaszon $H \leq 0$ és $dB < 0$, ezért $\Delta w > 0$, ezen a szakaszon is energia felvétel történik.
4. A $-B_m \leq B \leq -B_r$ $(-H_m \leq H \leq 0)$ szakaszon $H \leq 0$ és $dB > 0$, ezért $\Delta w < 0$, tehát energia leadás történik.

Egy teljes átmágnesezési periódus alatt a felvett és a leadott energia különbsége – az átmágnesezési vesztéség – megegyezik a hiszterézishurok területével.



A felvett és a leadott mágneses energia különbsége a hiszterézis görbe alatti terület

Steinmetz[5] tapasztalati képlete szerint a hiszterézis hurok területe:

$$\Delta w_m = \gamma B_{max}^{\ x},$$

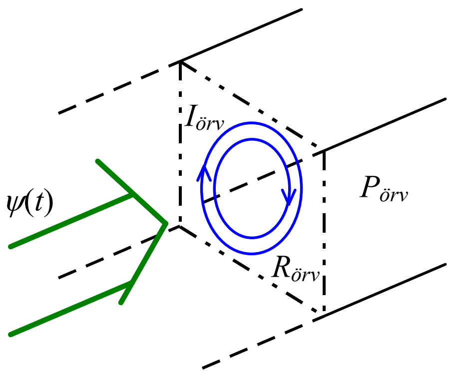
itt γ – anyagjellemző, x – B_{max}-tól függő anyagjellemző, x=1,7-2.
Ez a terület 1 átmágnesezési ciklus veszteségével arányos, a P_{hisz} hiszterézis veszteségi teljesítmény számításához ezt azidőegység alatti átmágnesezések számával, az f periódusszámmal és a V térfogattal kell szorozni:

$$P_{hisz} = \gamma B_{max}^{\ x} fV \approx k_{hisz} \Psi^2 f.$$

Egy adott mágneses körnél k_{hisz} értéke a konkrét geometriára vonatkozik, azt is figyelembe véve, hogy Ψ maximális vagy effektív érték.

b) Örvényáram veszteség

A változó fluxus a vasban feszültséget indukál, ami $I_{örv}$ ún. örvényáramokat hoz létre a viszonylag jó villamos vezető vasban. Ha az örvényáram-pálya ellenállása $R_{örv}$, akkor a keletkező örvényáram veszteség, ami a vas melegedését okozza, $P_{örv}=I_{örv}^{\ 2}\, R_{örv}$.



Az örvényáramok keletkezése

[5] Charles Proteus Steinmetz (1865-1923) német származású (Karl August Rudolf Steinmetz) amerikai kutató, villamosmérnök.

Csökkentése érdekében a vastestet, vasmagot nagy fajlagos ellenállású (pl. szilícium tartalmú) ötvözetből készítik, továbbá egymástól villamosan elszigetelt vékony lemezekből építik össze. A lemezszigetelés valamilyen alkalmas anyagból (pl. lakk) felvitt vékony réteg, vagy a mechanikai és mágneses tulajdonságok beállítását szolgáló hőkezelés során létrehozott szigetelő felület.

A szinusz alakú változás esetén indukálódó $U_{örv}$ feszültség $U_{\text{örv}} \approx \frac{d\psi}{dt} \approx \Psi f$, $I_{örv} \approx U_{örv}$, így

$$P_{örv}=k_{örv}\,\Psi^2 f^2.$$

Egy adott gépnél $k_{örv}$ értéke a konkrét geometriára vonatkozik, figyelembe véve, hogy Ψ lehet maximális vagy effektív érték.

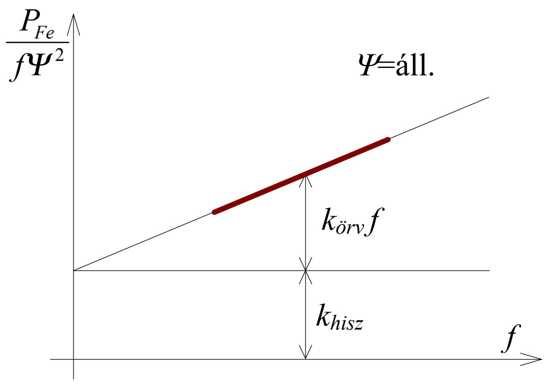
Az örvényáram- és a hiszterézis veszteség szétválasztása

Fejlesztési és diagnosztikai vizsgálatoknál szükség lehet a vasveszteség egyes összetevőinek méréssel történő számítására.

Ψ=áll. esetben, változó frekvenciájú és feszültségű táplálásnál

$P_{Fe}= P_{örv}+ P_{hisz}=k_{örv}\,\Psi^2 f^2+k_{hisz}\,\Psi^2 f=f\Psi^2(k_{örv}f+k_{hisz})$, amiből

$$\frac{P_{Fe}}{f\Psi^2} = \left(k_{\text{örv}} f + k_{hisz}\right).$$



Az örvényáram és a hiszterézis veszteség szétválasztása mérési adatok alapján

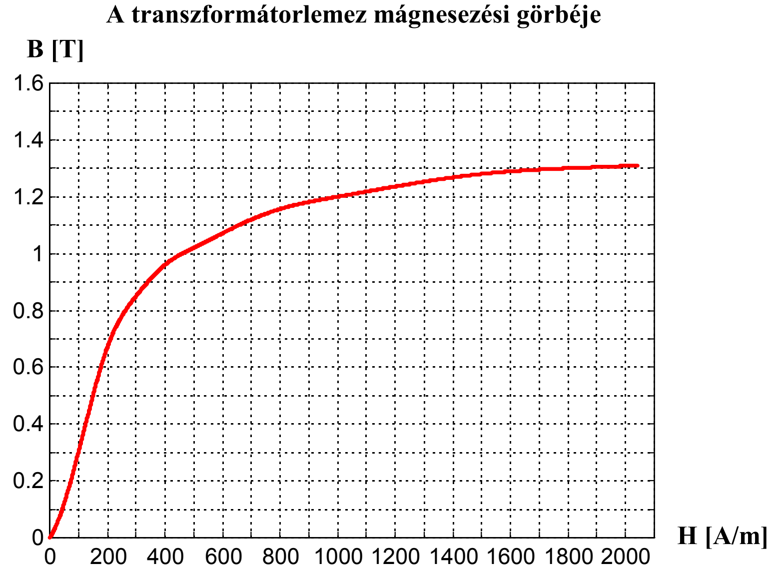
A $\frac{P_{Fe}}{f\Psi^2}$ hányados láthatóan szétválik egy állandó és egy frekvenciától lineárisan függő összetevőre. Ezt ábrázolva a $k_{örv}$ és k_{hisz} tényezők meghatározhatók.

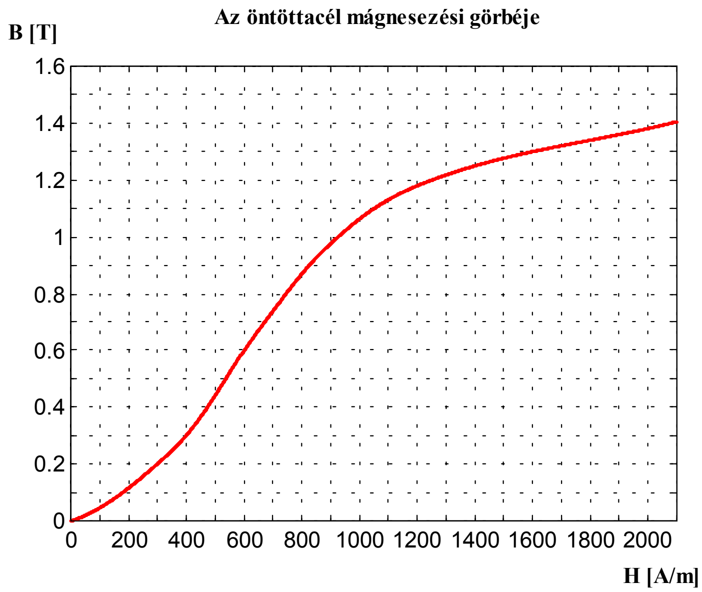
Összeállította: Kádár István
2010. október

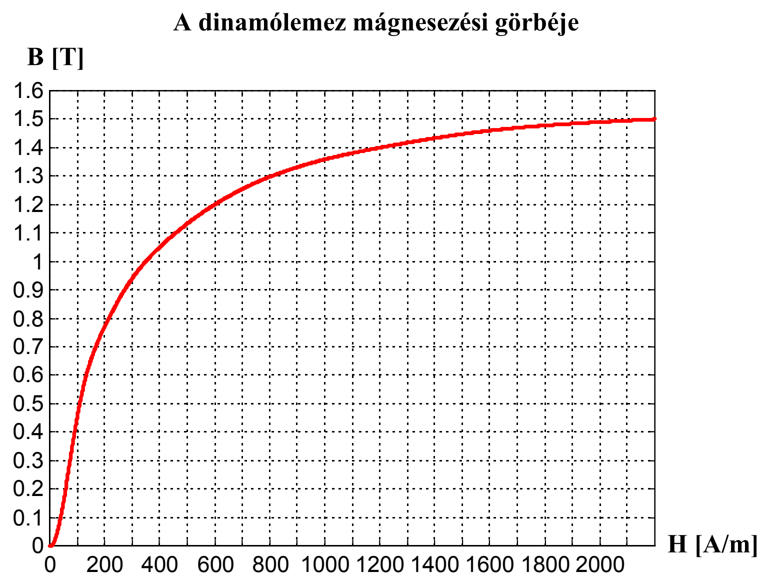
Ellenőrző kérdések

1. Értelmezze az áramokkal kifejezett erőtörvényt.
2. Melyek a mágneses tér jellemzői?
3. Mi a mágneses térerősség, indukció fluxus?
4. Mi a mágneses permeabilitás?
5. Értelmezze a gerjesztési törvényt.
6. Értelmezze az indukció törvényt.
7. Illusztrálja a szórt fluxust.
8. Közelítően illusztrálja áramjárta vezető és vezető gyűrű mágneses terét.
9. Közelítően illusztrálja a szolenoid és a toroid mágneses terét.
10. Milyen elhanyagolással élnek a szolenoid és a toroid mágneses körének számításánál?
11. Mi a tekercsfluxus (fluxuskapcsolódás)?
12. Mi a mozgási indukció jelensége?
13. Mutassa be a villamos generátor és motor működési elvét.
14. Mi a nyugalmi indukció jelensége?
15. Értelmezze Lenz törvényét.
16. Mi a soros- és a párhuzamos mágneses körök számítási elve?
17. Értelmezze a mágnesezési és a hiszterézis görbét.
18. Mi az önindukció jelensége és az önindukciós tényező?
19. Mi az kölcsönös indukció jelensége és a kölcsönös indukciós tényező?
20. Hogyan bontható összetevőkre a csatolt tekercsek mágneses tere?
21. Hogyan határozható meg a vasmentes tekercsben tárolt mágneses energia?
22. Hogyan határozható meg a vasmagos tekercsben tárolt mágneses energia?
23. Hogyan határozható meg térjellemzőkkel egy adott térrészben tárolt mágneses energia?
24. Hogyan határozható meg térjellemzőkkel a mágneses energiasűrűség?
25. Hogyan határozható meg a csatolt tekercsekben tárolt mágneses energia?
26. Illusztrálja és értelmezze az állandó mágnes $B(H)$ görbéjét.
27. Hogyan határozható meg az állandó mágnes erőhatása?
28. Mit jelent az állandó mágnes optimális kihasználása?
29. Mi az "energiaszorzat"?
30. Milyen összetevői vannak a vasveszteségnek?
31. Értelmezze a hiszterézis veszteséget és frekvenciafüggését.
32. Értelmezze az örvényáram veszteséget és frekvenciafüggését.
33. Mutassa be az induktivitást (tekercset) tartalmazó áramkör be- és kikapcsolási jelenségét.

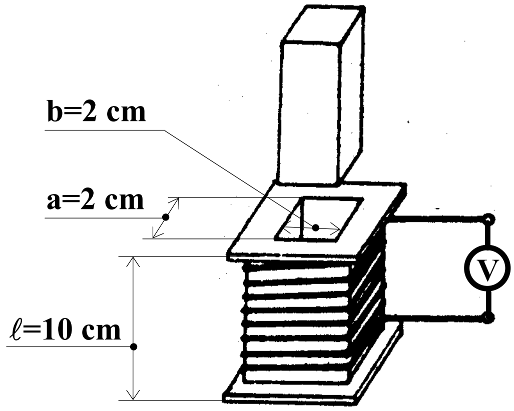
Példák, feladatok





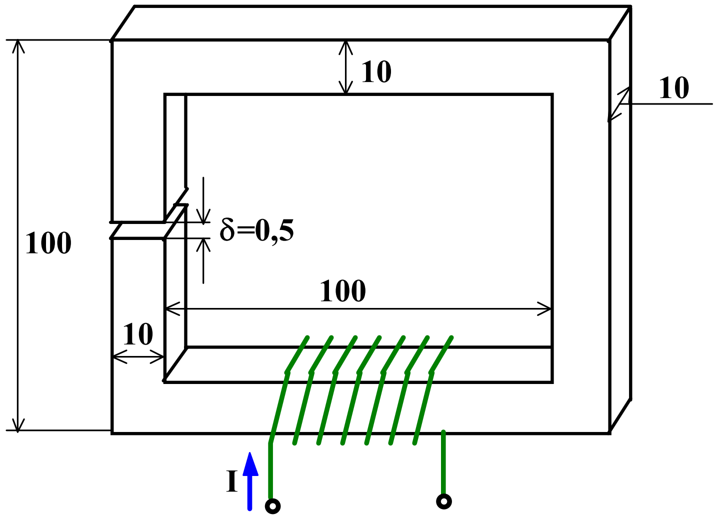


1. Egy rúdmágnes indukciója B=0,8 T. A mágnest 0,1 s idő alatt egyenletes mozgatással betoljuk az ábrán látható, N=100 menetszámú, előzőleg fluxusmentes tekercsbe. Mekkora indukált feszültség mérhető ezalatt a tekercs kivezetésein?
{U_i=0,32 V}



2. Az 1. feladatban szereplő tekercs árama I=0,5 A, menetszáma N=100.
Mekkora a szolenoid belsejében a homogénnek tekintett mágneses tér H térerőssége, Φ fluxusa és B indukciója, ha a tekercs vasmentes?
Mi fog megváltozni és hogyan, ha a tekercsbe transzformátorlemezből készült vasmagot helyezünk? $\left(\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}\right)$ {H=500 A/m, Φ=2,512·10^{-7} Vs, B=6,28·10^{-4} T, vasmaggal B=1,02 T, Φ=4,08·10^{-4} Vs}

3. Az ábrán látható vasmag transzformátorlemezből készült. A tekercs menetszáma N=100. A mágneses tér homogénnek tekinthető és szórásmentes. Mekkora áramra van szükség ahhoz, hogy a légrés indukciója 1 T legyen? Mekkora a mágneses tér H térerőssége, Φ fluxusa és B indukciója a vasban és a légrésben? $\left(\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}\right)$
{I=5,78 A, H_δ=0,796·10^6 A/m, Φ_δ=10^{-4} Vs, B_δ=1 T, H_v=450 A/m, Φ_v=10^{-4} Vs, B_v=1 T}

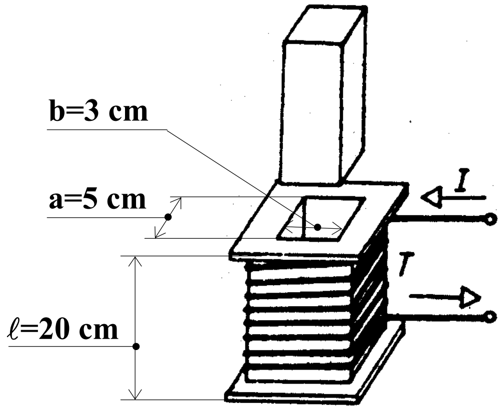


4. Mekkora az ábrán látható N=200 menetszámú tekercs induktivitása I= 0,2 A és I= 1 A áram esetén, ha

a) a tekercs vasmentes,

b) ha a tekercsbe transzformátorlemezből készült vasmagot helyezünk? A szórást hanyagolja el. $\left(\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}\right)$

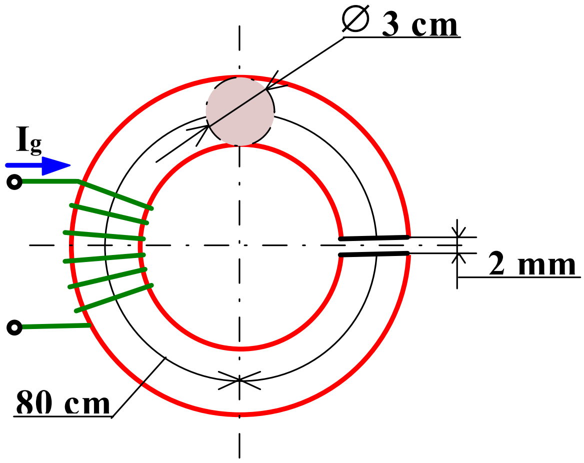
{a) L=376,8 μH, független a áramtól,
b) L(0,2 A)=1,005 H, L(1 A)=0,36 H}



5. Mekkora I_g árammal kell az ábrán látható öntöttacél gyűrű N=600 menetes tekercsét gerjesztenünk, hogy a légrés Φ_δ fluxusa megegyezzen azzal a Φ_v értékkel, amit a vasban kapunk *zárt* gyűrű I_{g1}=1 A árammal való gerjesztésekor? A szórást hanyagolja el.

$$\left(\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}\right)$$

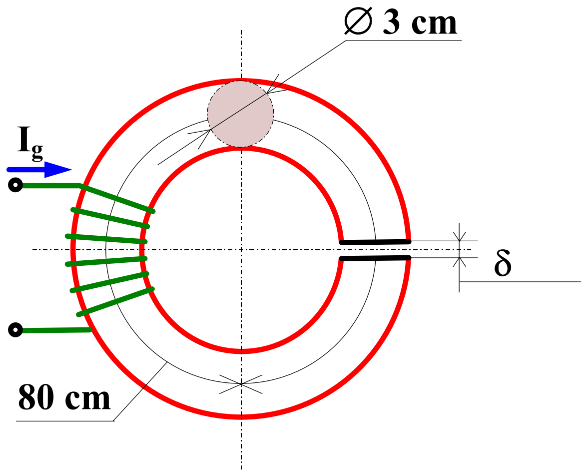
{I_g= 3,12 A}



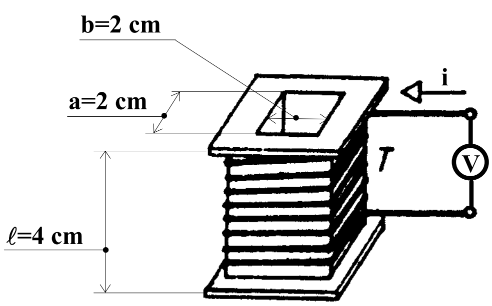
6. Az ábrán látható – transzformátorlemezből készült – gyűrű N=500 menetes tekercsét I_g=2 A árammal gerjeszve a légrésindukció B_δ= 0,9 T. Mekkora a légrés mérete? Mekkora gerjesztőáram szükséges B_δ= 1,0 T indukció létrehozásához? A szórást hanyagolja el.

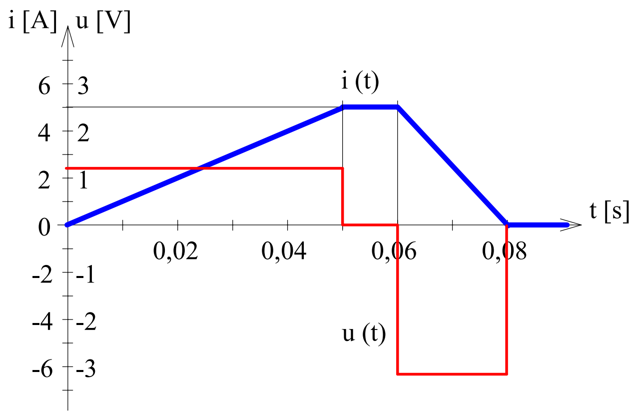
$$\left(\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}\right)$$

{$\delta=10^{-4}$ m, I_g= 2,3 A}



7. Az ábrán látható N=1000 menetszámú vasmentes T tekercset vezérelhető áramgenerátorról tápláljuk az időfüggvény szerinti árammal. Mekkora a tekercs induktivitása? Milyen lesz az indukált feszültség időbeli lefolyása? $\left(\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}\right)$





{$L=1{,}256\cdot10^{-4}$ H, u_1=1,256 V, u_2=-3,14 V}

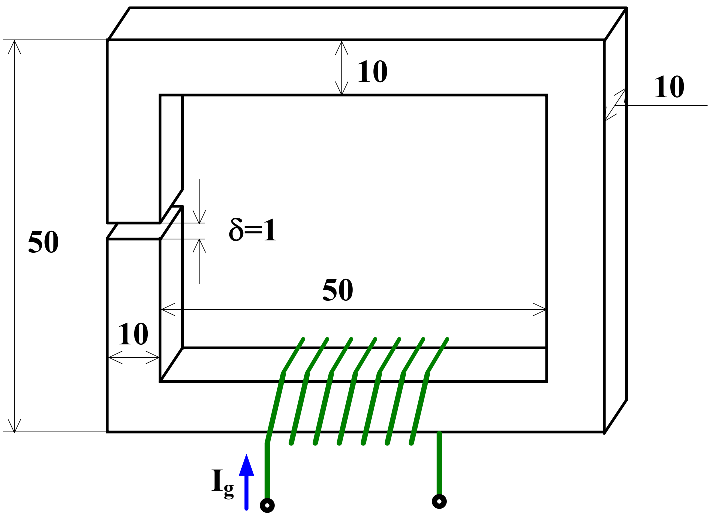
8. Az ábrán látható vasmag dinamólemezből készült, a tekercs menetszáma N=100. A mágneses tér homogénnek tekinthető és szórásmentes. Mekkora az I_g gerjesztő áram és a tekercs L induktivitása, ha a légrésindukció

a) $B_\delta = 1\ \frac{Vs}{m^2}$,

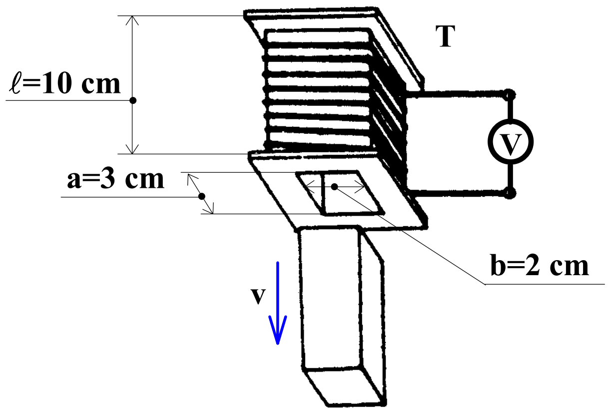
b) $B_\delta = 1{,}4\ \frac{Vs}{m^2}$.

$\left(\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\ \frac{Vs}{Am}\right)$

{a) I_g= 8,66 A, L=1,15 mH,
b) I_g= 13,546 A, L=1,03 mH }



9. Egy rúdmágnes indukciója *B*=0,8 T. A mágnes *t*= 0,1 s idő alatt állandó *v* sebességű egyenletes mozgással kiesik az ábrán látható, N=100 menetszámú T tekercsből, ami után az fluxusmentessé válik. Mekkora indukált feszültség mérhető a mágnes mozgása alatt a tekercs kivezetésein?
{U_i=0,48 V}

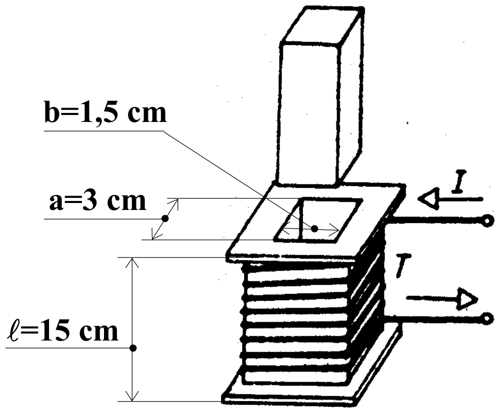


10. Mekkora az ábrán látható, N=150 menetszámú tekercs induktivitása I = 0,1 A és I = 1,2 A áram esetén, ha

a) a tekercs vasmentes,

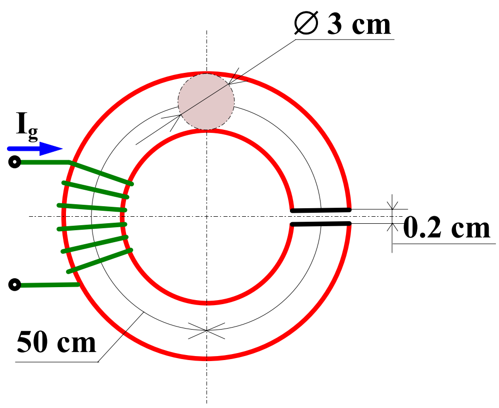
b) ha a tekercsbe dinamólemezből készült vasmagot helyezünk? A szórást hanyagolja el, továbbá használja az ℓ>>a és ℓ>>b közelítést. $\left(\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\ \frac{Vs}{Am}\right)$

{a) L=84,8 μH - áramtól független,
b) L(0,15 A)=303 mH, L(1,2 A)=78 mH}

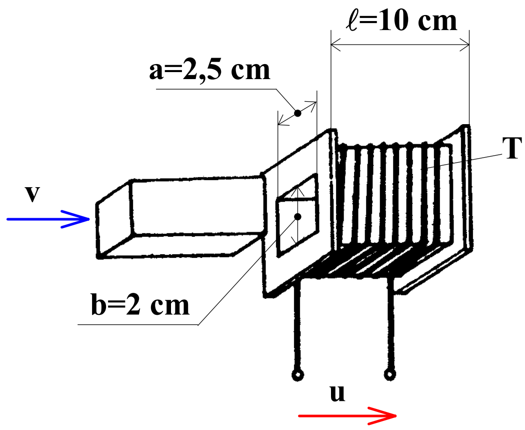


11. Az ábrán látható – dinamólemezből készült – gyűrű tekercse N=100 menetes, a mágneses tér homogénnek tekinthető és szórásmentes. Mekkora I_g áramra van szükség ahhoz, hogy a légrésben az indukció 1,3 T legyen? Mekkora a mágneses tér H térerőssége (1 pont) és Φ fluxusa a vasban és a légrésben? $\left(\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\,\dfrac{\text{Vs}}{\text{Am}}\right)$

{ I_g= 24,69 A, H_v=800 A/m, H_δ=1,03·10^6 A/m, Φ_v=Φ_δ=0,9·10^{-3} Vs}



12. Az ábrán látható tekercset induktív érzékelőként használják, aminek a v=1 m/s sebességgel érkező B=0,8 T indukciójú mágnesrúd beérkezését u=2 V-os feszültségimpulzussal kell jeleznie. Mekkora legyen a tekercs N menetszáma? Kezdeti állapotban a tekercs fluxusmentes.
{N=500}



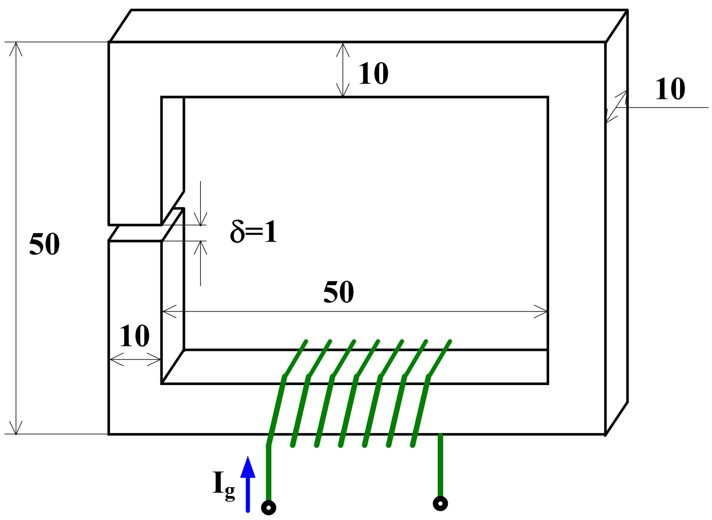
13. Az ábrán látható vasmag transzformátorlemezből készült, a tekercs menetszáma N=200. A mágneses tér homogénnek tekinthető és szórásmentes. Mekkora az I_g gerjesztő áram és a tekercs L induktivitása, ha a légrésindukció

a) $B_\delta=1\,\dfrac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$,

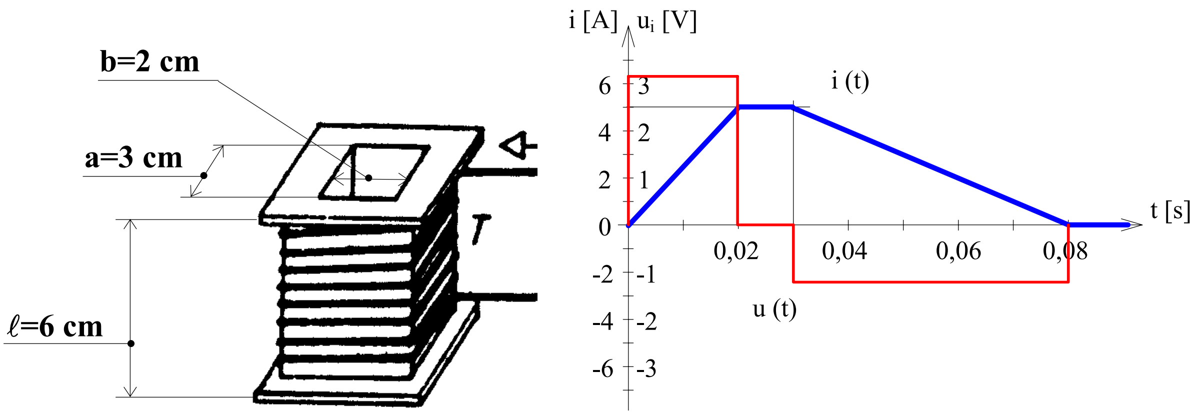
b) $B_\delta=1{,}2\,\dfrac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$.

$\left(\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\,\dfrac{\text{Vs}}{\text{Am}}\right)$

{a) I_g= 4,425 A, L=5,52 mH,
b) I_g= 5,77 A, L=4,16 mH }

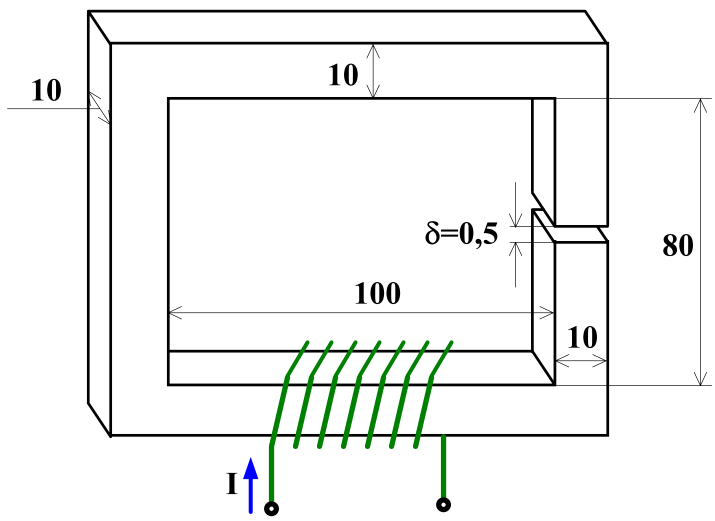


14. Az ábrán látható **vasmentes** T tekercs menetszáma N=1000. Mekkora a tekercs L induktivitása? Mekkora a tekercs mágneses terében tárolt w energia legnagyobb értéke? Milyen az indukált feszültség $u_i(t)$ időbeli lefolyása, ha vezérelhető áramgenerátorról tápláljuk az i(t) időfüggvény szerinti árammal? $\left(\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\,\dfrac{Vs}{Am}\right)$.



{W_{max}=0,157 VAs, L=12,56 mH, u_1=3,14, V u_2=-1,256 V}

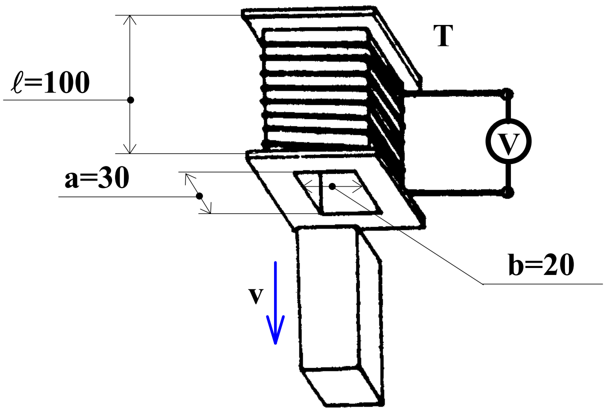
15. Az ábrán látható vasmag dinamólemezből készült, a tekercs menetszáma N=100. A mágneses tér a vasban és a légrésben is homogénnek tekinthető és szórásmentes. Mekkora I áramra van szükség ahhoz, hogy a légrés indukciója 1,3 T legyen? Mekkora ebben az esetben a Φ mágneses fluxus a vasban és a légrésben ? Mekkora a tekercs L önindukciós tényezője? $\left(\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\,\dfrac{Vs}{Am}\right)$



{I=8,375 A, $\Phi_V=\Phi_\delta=1{,}3\cdot 10^{-4}$ Vs, L=1,55 mH}

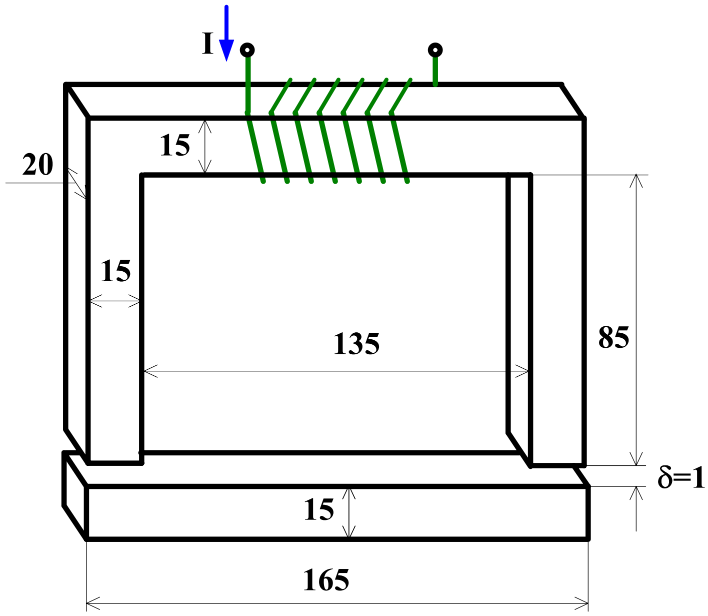
16. Egy rúdmágnes indukciója B=0,9 T. A mágnes t= 0,1 s idő alatt állandó v sebességű egyenletes mozgással kiesik az ábrán látható, N=100 menetszámú T tekercsből, ami után az fluxusmentessé válik. Mekkora indukált feszültség mérhető a mágnes mozgása alatt a tekercs kivezetésein? Mekkora a vasmentessé vált tekercs induktivitása? $\left(\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\,\dfrac{Vs}{Am}\right)$

{U_i=0,54 V, L=75,36 mH}



17. Az ábrán látható vasmag transzformátorlemezből készült, a tekercs menetszáma N=200. A mágneses tér a vasban és a légrésben is homogénnek tekinthető és szórásmentes. Mekkora I áramra van szükség ahhoz, hogy a légrés indukciója 1,2 T legyen? Mekkora ebben az esetben a Φ mágneses fluxus a vasban és a légrésben? Mekkora a tekercs L önindukciós tényezője? Mekkora a rendszer mágneses energiája? Mekkora a mágneses energia a vasban és mekkora a légrésekben?

$$\left(\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}\right)$$



{I=12,05 A, $\Phi_v = \Phi_\delta = 0{,}36 \cdot 10^{-3}$ Vs, L=5,975 mH, W=0,4338 Ws, W_v=0,09 Ws, W_δ=0,3438 Ws}